

## **TEMA 2: CIRCUITOS CON AMPLIFICADORES OPERACIONALES.**

### Bibliografía básica:

- [1] A. Budak: "Passive and active network analysis and synthesis". Houghton-Mifflin 1974.
- [2] L. O. Chua: "Introduction to nonlinear network theory". McGraw-Hill 1969.

### Bibliografía Adicional:

- [3] J.W. Wait, L. Huelsman, G.A. Korn: "Introduction to operational amplifier theory and applications" McGraw-Hill 1975.
- [4] J.K. Roberge: "Operational Amplifiers". Wiley 1975.

---

---

### **1.Descripción del circuito y modelo.**

El Amplificador Operacional es un bloque básico elemental en numerosas aplicaciones.

Desde finales de los 60's están disponibles comercialmente implementaciones del mismo usando circuitos integrados monolíticos.

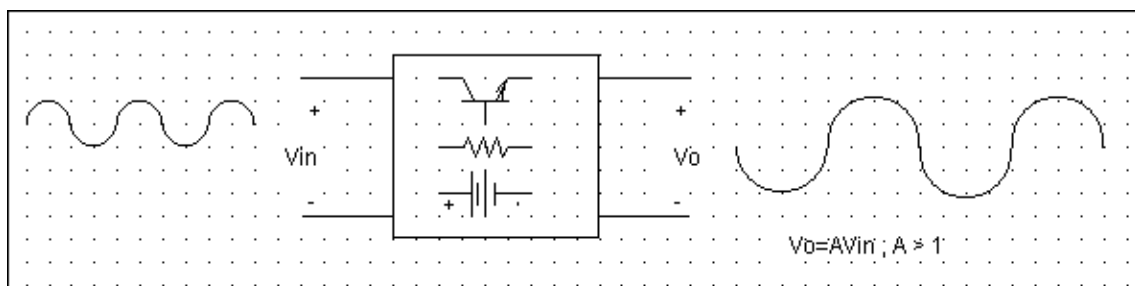
La realización física de un amplificador operacional se hace vía la interconexión de transistores bipolares y/o transistores MOS. Aquí solo estamos interesados en su descripción desde las puestas en condiciones estáticas y en mostrar las posibilidades de aplicación del mismo.

Como paso previo es conveniente profundizar en el concepto genérico de amplificador de tensión y en el modelado estático de los mismos.

#### **1.1. Amplificador de tensiones: Modelo ideal y real.**

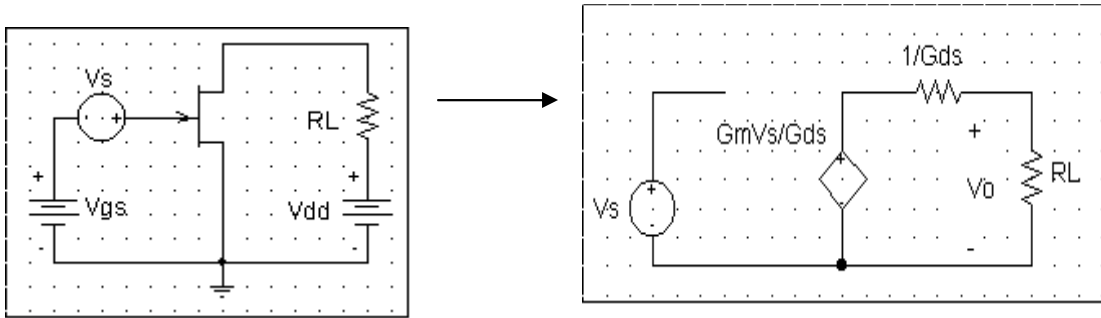
La amplificación constituye una de las aplicaciones básicas de los dispositivos semiconductores.

La idea básica es obtener una señal (vg. Una tensión) que sea una versión ampliada de otra.



La propiedad de amplificación suele estar asociada al comportamiento en pequeña señal o lineal de resistores no-lineales como el transistor bipolar o el transistor MOS.

**EJEMPLO 1.1**



$$V_s \ll V_{gs}$$

$$V_{ds} = V_{ds} + V_o$$

En el punto Q( $V_{ds}, V_{gs}$ )

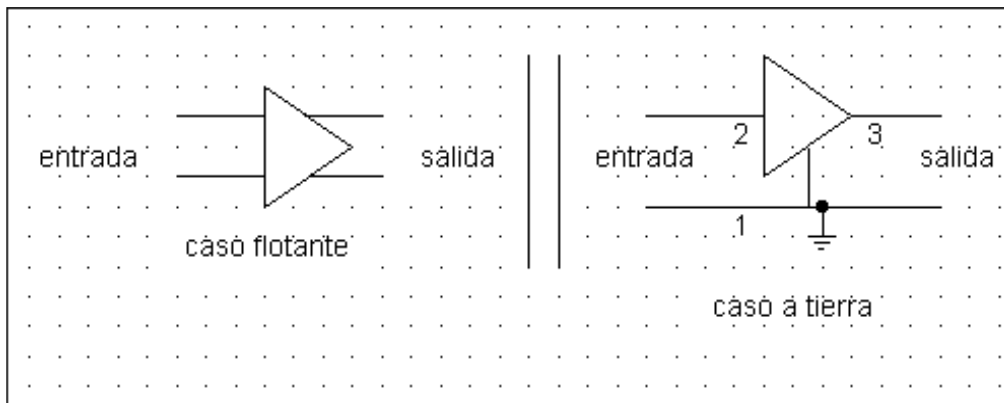
$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G_m & G_{ds} \end{bmatrix}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = - \frac{G_m}{G_{ds} + G_L}$$

con valores típicos

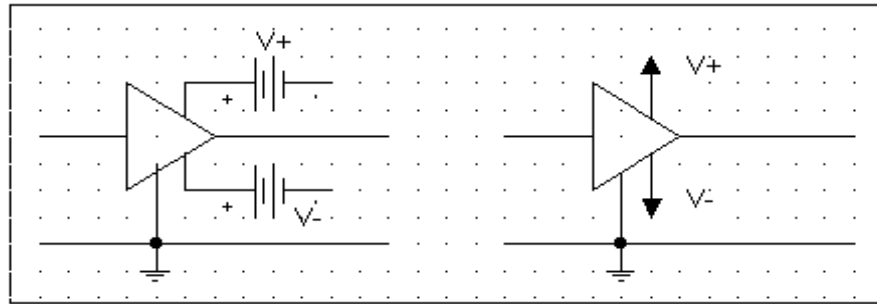
$$\left| \frac{V_o}{V_s} \right| \approx 5 > 1$$

Para representar Amplificadores de Tensión se suele usar la siguiente simbología:

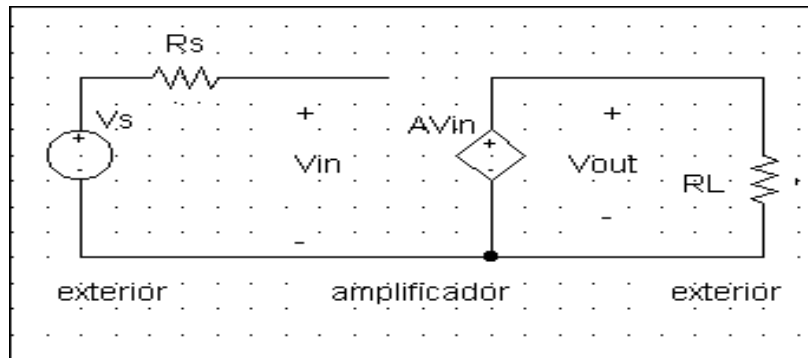


Caben situaciones intermedias (vg. , entrada flotante y salida a tierra). En el caso a tierra a veces se prescinde de mostrar explícitamente el terminal de tierra.

Debe recordarse que en un amplificador se requieren fuentes de polarización para seleccionar el punto de operación, lo cual se manifiesta a veces en el símbolo usado.

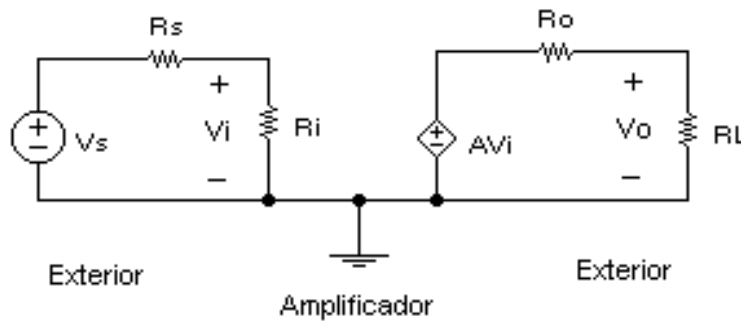


En el **Modelo Ideal** de un Amplificador Operacional se supone que los circuitos externos no afectan al funcionamiento del mismo. Es una fuente de tensión controlada por tensión.



$$V_{out} = A_{vs} \quad \forall V_s, R_s \text{ y } R_L$$

En un amplificador real, la relación  $V_o/V_s$  se ve afectada por el valor de  $R_s$  y el de  $R_L$ , esto se modela mediante sendos parámetros llamados resistencia de entrada y de salida, respectivamente.



$$AV = \frac{V_o}{V_s} = A \cdot \frac{1}{1 + R_s/R_i} \cdot \frac{1}{1 + R_o/R_L}$$

Notamos que  $V_o/V_s \rightarrow A$  para

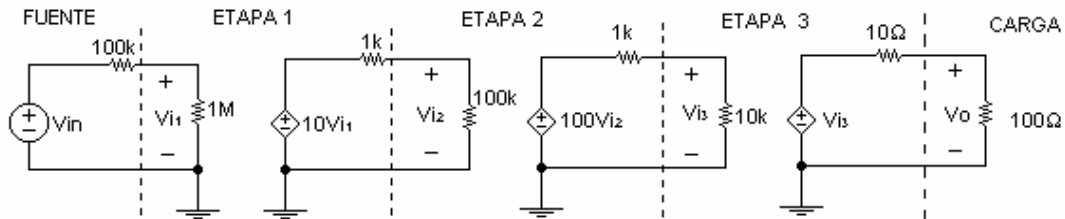
$$\left\{ \begin{array}{l} R_s/R_i \rightarrow 0 \\ R_o/R_L \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

Un parámetro de interés es la ganancia de potencia:

$$A_p = \frac{P_L}{P_S} = \frac{V_o^2 / RL}{V_s^2 / (R_s + R_i)} = \frac{R_s + R_i}{RL} \frac{V_o^2}{V_s^2}$$

A veces, interesa solo ganancia de potencia sin amplificación de la señal (buffer o seguidor de tensiones).

**Ejemplo 1.2.** Para el circuito cascada de tres amplificadores de la figura, calcular  $A_v$  y  $A_p$ .



$$A \cdot V1 = 10 \frac{1000}{1000 + 100} = \frac{100}{100 + 1} = 9 = \frac{V_{i2}}{V_{in}}$$

$$A \cdot V2 = 100 \frac{10}{10 + 1} = 90.9 = \frac{V_{i3}}{V_{i2}}$$

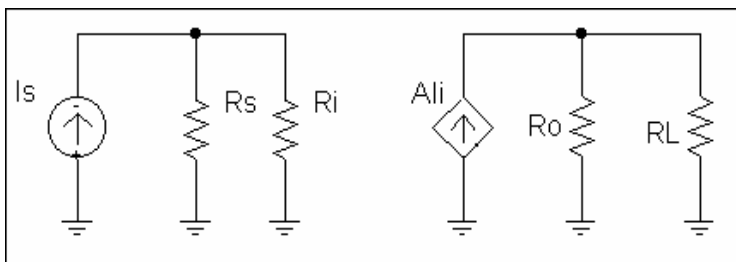
$$A \cdot V3 = 1 \frac{100}{100 + 10} = 0.909 = \frac{V_o}{V_{i3}}$$

La ganancia total es:

$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = AV1 \cdot AV2 \cdot AV3 = 743.7 = 57.4dB$$

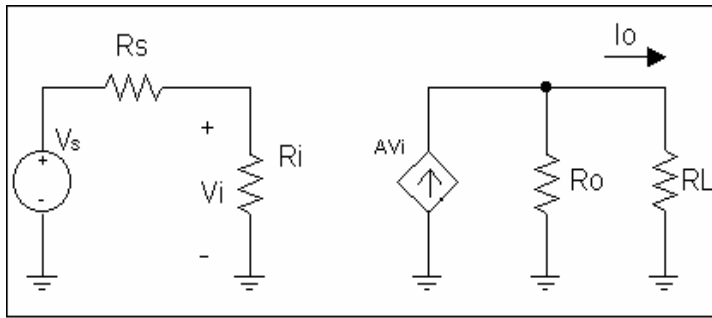
$$P_L = \frac{V_o^2}{100} ; P_S = \frac{V_s^2}{10^5 + 10^6} ; A_p = AV^2 (1.1 \times 10^4) = 97.8dB$$

Para otros tipos de amplificador que no sean de tensiones, los modelos reales se muestran abajo (Vs, Rs y RL son elementos externos en cada caso).



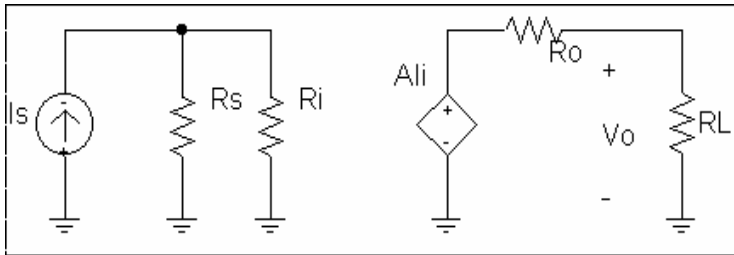
$$\frac{i_o}{i_s} = A \cdot \frac{R_s}{R_s + R_i} \cdot \frac{R_o}{R_o + R_L}$$

Amplificador de Intensidad ( $I_s=V_s/R_s$ )



$$\frac{i_o}{V_s} = A \cdot \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot \frac{R_o}{R_o + R_L}$$

Amplificador de transconductancia

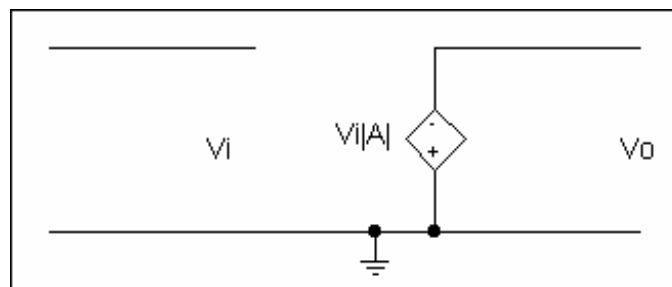


$$\frac{V_o}{I_s} = A \cdot \frac{R_s}{R_s + R_i} \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

Amplificador de transresistencia.

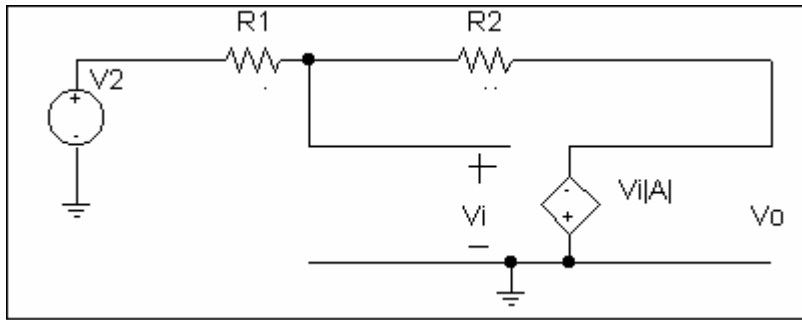
## 1.2. Concepto básico de realimentación. Insensibilidad frente a parámetros.

Sea un amplificador de tensiones y supongamos  $R_i \rightarrow \infty$ ;  $R_o = 0$ ;  $A < 0$ .



Si se considera la realización de tal circuito mediante dispositivos tales como transistores, se encuentra que  $|A|$  presenta una alta dependencia de factores como la temperatura y el dispositivo particular usado. Esto es indeseable y se puede corregir recurriendo al uso de realimentación.

Conceptualmente, realimentar implica hacer que la salida dependa de ella misma, además de la entrada. Por ejemplo con el amplificador anterior:



$$V_i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o$$

$$V_o = -|A| \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s - |A| \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o \right]$$

Despejando  $V_o$  en la expresión anterior se obtiene:

$$\frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{|A|}{1 + \frac{R_2}{R_1} + |A|} = -\frac{R_2}{R_1} \epsilon$$

Que se denomina ganancia en lazo cerrado en contraposición con  $|A|$ , ganancia en lazo abierto.

Notamos que haciendo  $|A|$  suficientemente grande,  $\epsilon$  tiende a 1.

$$\lim_{|A| \rightarrow \infty} = -\frac{R_2}{R_1}$$

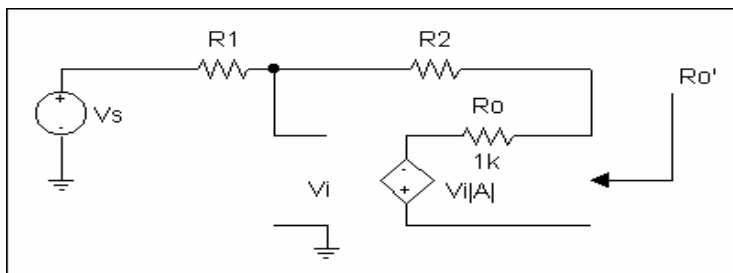
ii Dependiente del cociente de resistencias, que se puede fijar con precisión!!

EJEMPLO 1.3

R2/R1	$\epsilon ( A =10^3)$	$\epsilon ( A =10^4)$
1	$1-2 \times 10^{-3}$	$1-2 \times 10^{-4}$
10	$1-0.01$	$1-1 \times 10^{-3}$
100	$1-0.09$	$1-0.01$

En conclusión la realimentación, junto con una ganancia en lazo abierto elevada, permite obtener ganancias en lazo cerrado insensibles al amplificador básico.

Notamos como aspecto adicional que la realimentación permite reducir la resistencia de salida, aproximando así el comportamiento del amplificador realimentado al de uno ideal. En efecto:



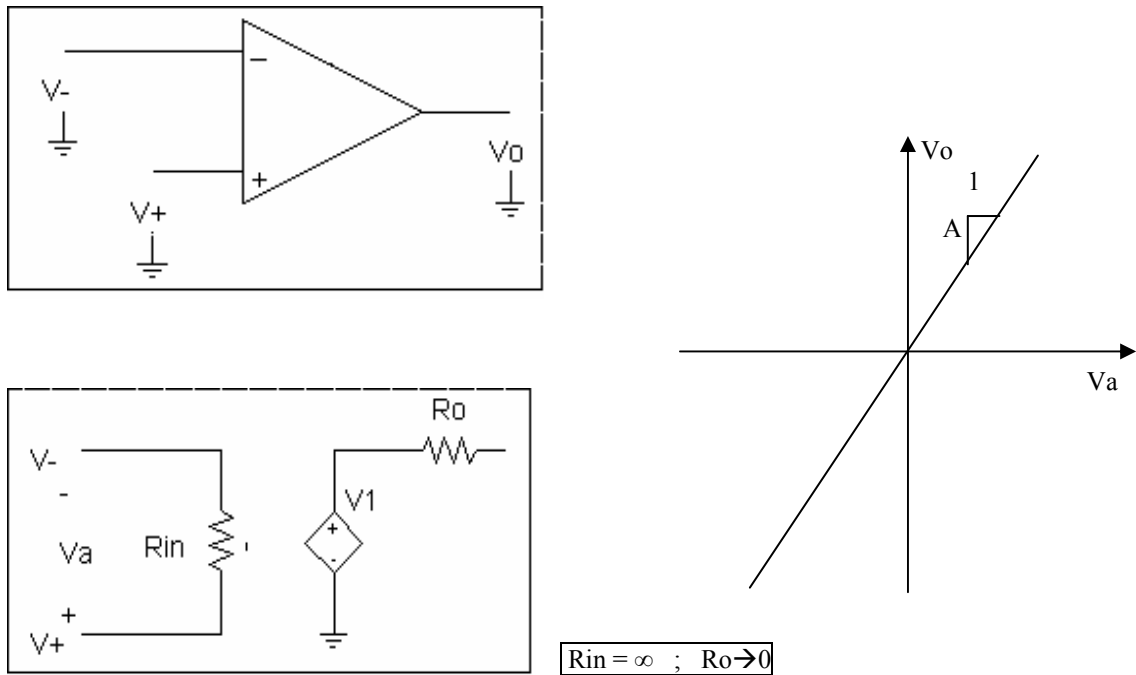
Se obtiene tras un cálculo elemental:

$$R_o' = \frac{R_o (R_1 + R_2)}{R_o + R_1 + R_2 + R_1 |A|} \xrightarrow{|A| \rightarrow \infty} 0$$

### 1.3. El Amplificador Operacional.

Esencialmente es un amplificador de tensiones con la entrada flotante (diferencial); salida a tierra; ganancia en lazo abierto muy alta; resistencia de entrada muy alta y resistencia de salida muy baja.

Conceptualmente se puede describir como sigue:



Las características del modelo ideal son las siguientes:

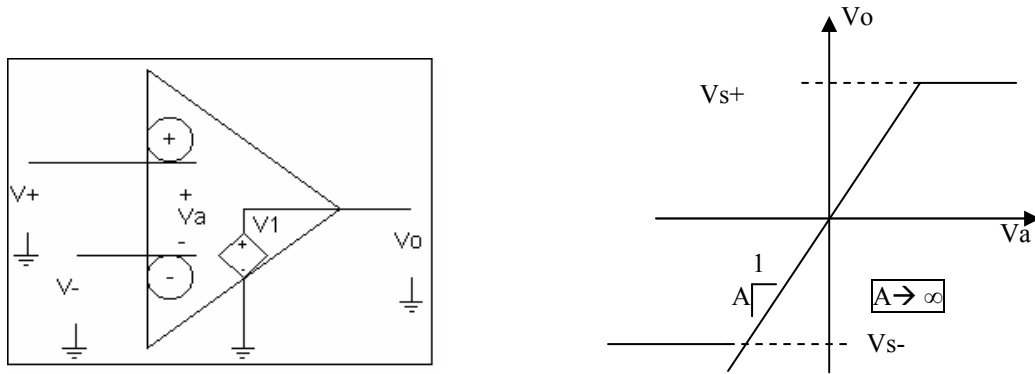
1. Resistencia de entrada infinita: intensidad nula en cada terminal de entrada.
2. Resistencia de salida nula: la tensión de salida no resulta afectada por las cargas externas.
3. Tensión de salida proporcional a la diferencia de las tensiones de entrada.

$$V_o = A (V_+ - V_-)$$

4. Constante de proporcionalidad muy grande (esencialmente infinito).

$$A \rightarrow \infty$$

Notamos que lo anterior constituye una descripción lineal. No se establece restricción alguna sobre la tensión de salida, pero es evidente que esta debe restringirse a un rango finito. Con esta precisión, el modelo no-lineal ideal del amplificador operacional resulta:



### 1.3 Regiones de funcionamiento

Atendiendo al modelo anterior, podemos distinguir dos regiones de funcionamiento:

1. ZONA LINEAL
2. ZONA NO-LINEAL

**Zona lineal:** La tensión de salida se mantiene en el rango  $[V_{s-}, V_{s+}]$

$$-V_{s-} \leq V_o \leq V_{s+}$$

Nótese que esto significa:

$$V_a = (V_o/A) \ll 1$$

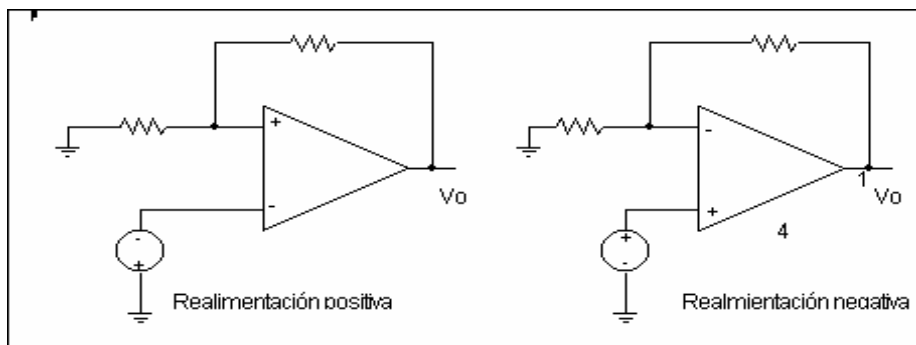
**Zona no-lineal:** La tensión de salida se sale del rango  $(-V_{s-}, V_{s+})$ .

Esto significa que la tensión de entrada  $V_a$  se independiza de la salida.

### 2.El Amplificador Operacional en zona lineal

La operación del AO en zona lineal se asocia al uso de realimentación.

Debe distinguirse realimentación negativa, de realimentación positiva. Por ejemplo:



**Para funcionamiento en zona lineal debe proveerse realimentación negativa o, al menos, que la realimentación negativa sea mayor que la positiva.**

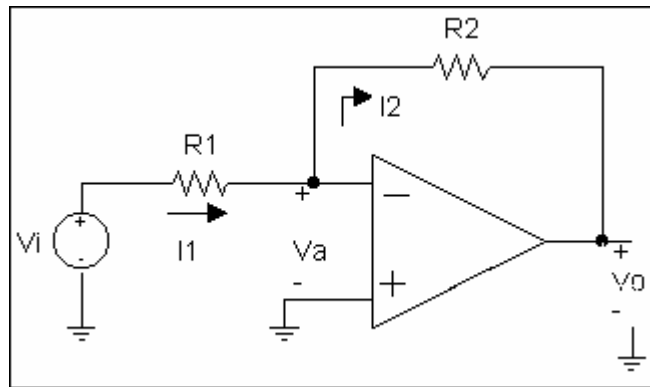
## 2.1 Modelo de tierra virtual

En zona lineal,  $V_a = V_o/A \rightarrow 0$  con  $A \rightarrow \infty$ . Esto constituye la base del siguiente modelo, de gran utilidad a efectos de análisis.

1. La tensión en los terminales de entrada es la misma ( $V_a = 0$ ).
2. La intensidad entrando a los terminales de entrada es nula.
3. la tensión de salida es un valor establecido,  $V_o$ .

## 2.2 Análisis de la Configuración Inversora

Sea el circuito de la figura y supongamos que se desea calcular  $V_o/V_i$ .



### METODO 1

$$\begin{array}{l}
 \text{KCL} \\
 + \\
 \text{KVL}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 -V_i + R_1 I_1 + V_a = 0 \\
 -V_o - R_2 I_2 + V_a = 0 \\
 I_2 = I_1 - I_a
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 \text{MODELO} \\
 \text{DEL AO}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 I_2 = I_1 \\
 V_a = 0
 \end{array} \right.$$

De este modo, se tendrá:

$$\boxed{I_1 = \frac{V_i}{R_1}; \quad I_1 = I_2; \quad V_o = -R_2 \cdot I_2 = -\frac{R_2}{R_1} V_i}$$

**MÉTODO 2**

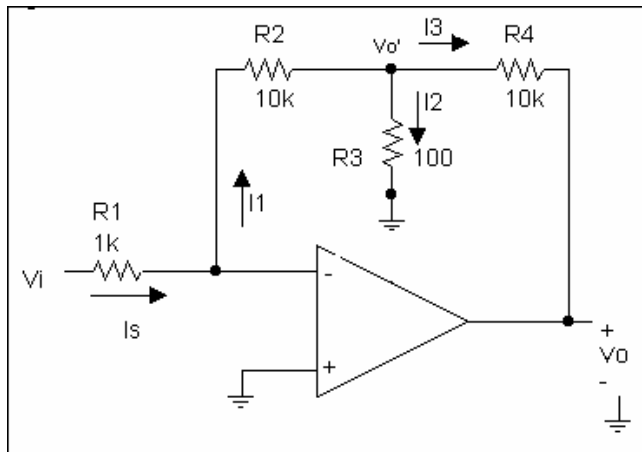
Por inspección del circuito, teniendo en cuenta que  $I_a = 0$ .

$$\frac{R2}{R1 + R2} V_i + \frac{R1}{R1 + R2} V_o = V_a = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R2}{R1}}$$

**OBSERVACIONES**

1. La ganancia en lazo cerrado es negativa y puede seleccionarse vía  $R2/R1$ .
2. La fuente  $V_i$  ve una resistencia de valor  $R1$  (en esta debe incluirse una eventual resistencia de fuente).
3. Con el modelo usado, la impedancia de salida es cero. No obstante, en la práctica debe ser capaz de suministrar la intensidad requerida por  $R2$  y una eventual carga  $R_L$ .
4. El resultado obtenido solo es válido si  $V_o \in [-V_{s-}, V_{s+}]$ .

**EJEMPLO 1.4.-** Encontrar la ganancia de lazo cerrado del circuito mostrado abajo.



$$\boxed{I_s = I_1 = I_2 + I_3}$$

$$I_s = \frac{V_i - 0}{R1}; \quad I_1 = \frac{0 - V_o'}{R2}; \quad I_2 = \frac{V_o'}{R3}; \quad I_3 = \frac{V_o' - V_o}{R4}$$

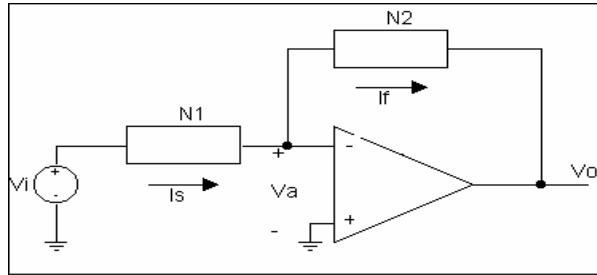
$$\text{Asi } I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow -\frac{V_o'}{R2} = \frac{V_o'}{R3} + \frac{V_o' - V_o}{R4} \rightarrow \frac{V_o}{R4} = V_o' \left[ \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4} \right]$$

$$\text{Como } I_s = I_1 \rightarrow V_o' = -\frac{R2}{R1} \cdot V_i \quad \text{Por Tanto} \Rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R2R4}{R1} \left[ \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4} \right]}$$

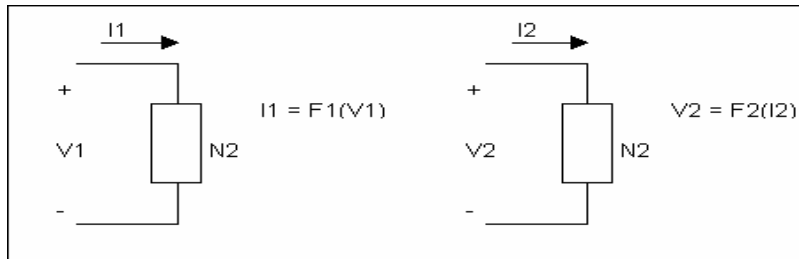
$$= \boxed{-1020}$$

## GENERALIZACIÓN

Supongamos una estructura tal como la mostrada abajo:



Donde N1 y N2 están caracterizados genéricamente como sigue:



Siendo  $F1(\cdot)$  y  $F2(\cdot)$  representaciones simbólicas de operadores arbitrarios.

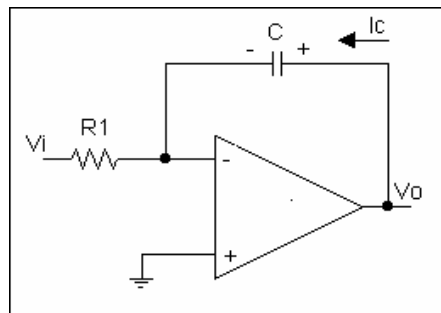
El modelo de tierra virtual nos permite escribir: ( $V_a = 0$ ,  $I_s = I_f$ ).

$$I_s = F1(V_i);$$

$$-V_o = F2[F1(V_i)]$$

### EJEMPLOS

#### A) INTEGRADOR



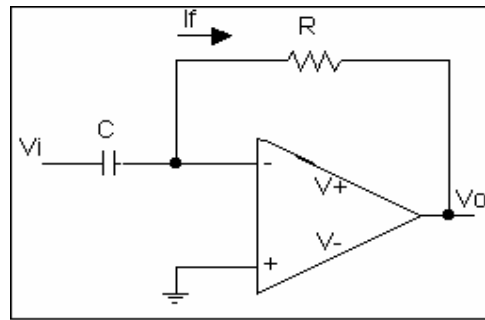
$$F1(V_i) = \frac{V_i}{R}$$

$$V_c(t) = V_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t I_c(t) dt$$

$$F2[F1(V_i)] = V_o(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t V_i dt$$

$$V_o = V_c(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t) dt$$

B) DIFERENCIADOR

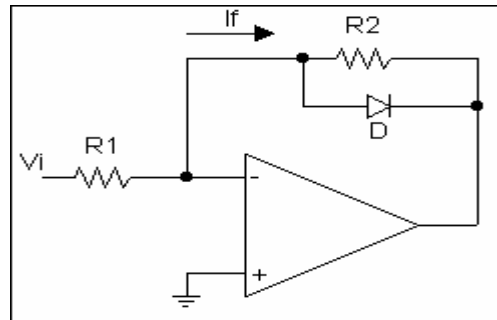


$$F1(Vi) = C \frac{dVi}{dt}$$

$$F2(I_f) = R I_f$$

$$V_o = -RC \frac{dV_i(t)}{dt}$$

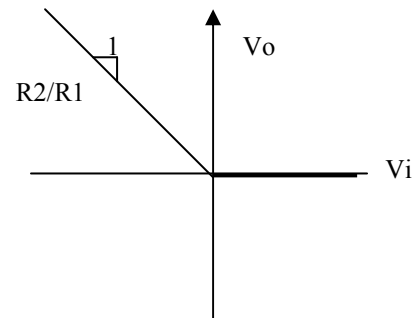
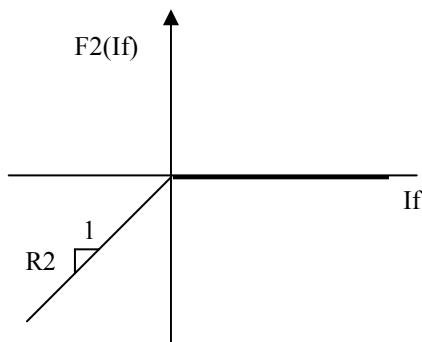
C) CIRCUITO NO LINEAL



$$F1(Vi) = \frac{Vi}{R1}$$

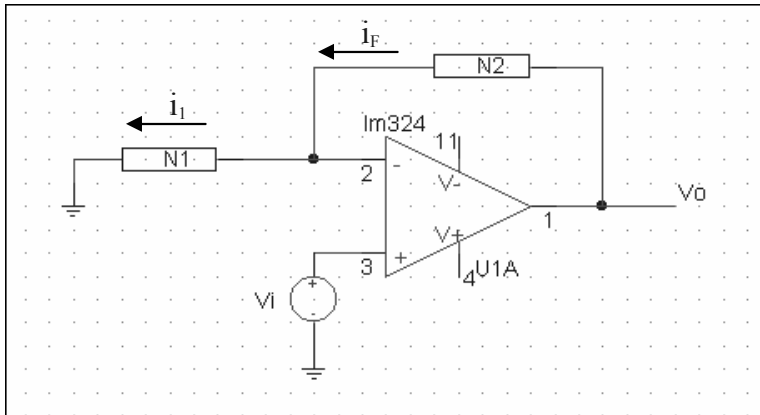
$$F2(I_f) = \begin{cases} 0, & I_f > 0 \\ R_f \cdot I_f, & I_f < 0 \end{cases}$$

$$-V_o = F2\left(\frac{V_i}{R1}\right) = \begin{cases} 0, & V_i > 0 \\ \frac{R2}{R1} \cdot V_i, & V_i < 0 \end{cases}$$



## GENERALIZACIÓN

Supongamos una estructura tal como la mostrada abajo:



Donde N1 y N2 están caracterizados genéricamente como:

$$N1: \quad i_1 = F_1(V_i)$$

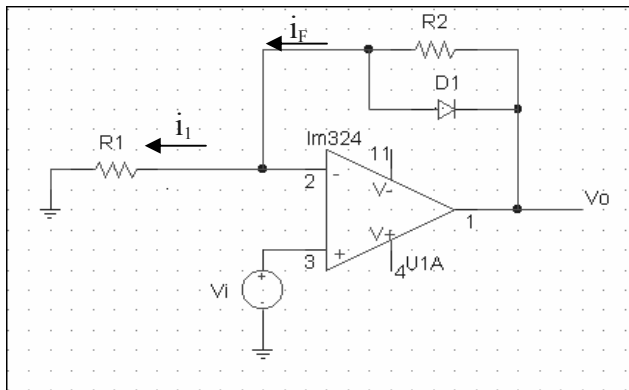
$$N2: \quad V_2 = F_2(i_2)$$

Siendo  $F_1(\cdot)$  y  $F_2(\cdot)$  representaciones simbólicas de operadores arbitrarios.

El modelo de tierra virtual nos permite escribir:

$$\boxed{V_o = V_i + F_2[F_1(V_i)]}$$

**Ejemplo 1.6.** Supongamos el circuito con realimentación no-lineal de abajo:



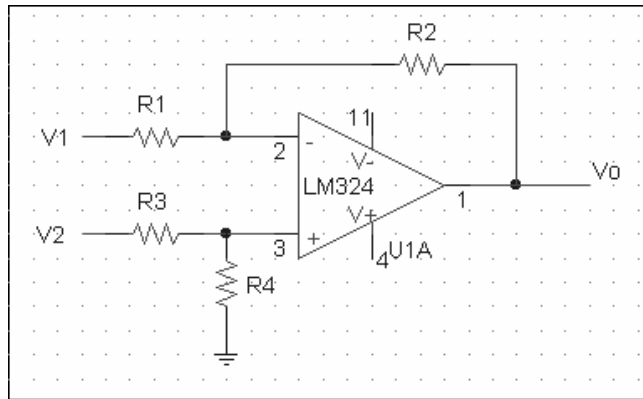
$$V_o - V_i = \begin{cases} R_2 \cdot i_F & i_F > 0 \\ 0 & i_F < 0 \end{cases} \quad i_F = i_1 = \frac{V_i}{R_1}$$

Resultando:

$$\boxed{V_o = V_i + \frac{1}{2} [1 + \text{sgn}(V_i)] \frac{R_2}{R_1} V_i}$$

**2.4. AMPLIFICADOR DIFERENCIAL. SUMADOR GENERALIZADO**

Introduciendo señal por ambos terminales de entrada del amplificador operacional se puede obtener una tensión que depende de la diferencia de ambos.



Podemos resolver el circuito anterior, entre otros métodos, haciendo un balance de tensiones en cada terminal de entrada del amplificador.

$$V^- = V_1 \frac{G_1}{G_1 + G_2} + V_0 \frac{G_2}{G_1 + G_2} \qquad V^+ = V_2 \frac{G_3}{G_3 + G_4}$$

Donde  $G_i = 1/R_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )

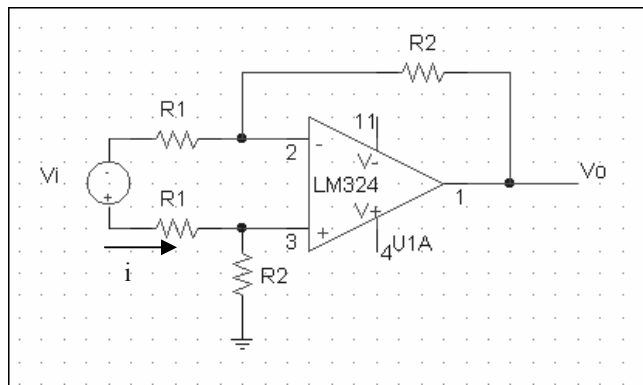
El modelo de tierra virtual establece  $V^+ = V^-$  de este modo:

$$V_0 = \frac{G_1}{G_2} \left[ -V_1 + \frac{1 + \frac{G_2}{G_1}}{1 + \frac{G_4}{G_3}} \cdot V_2 \right]$$

Notamos que para el caso particular de ser  $G_1/G_2 = G_3/G_4$ , se obtiene:

$$V_0 = \frac{R_2}{R_1} [V_2 - V_1]$$

**Ejercicio 1.7.** *Calcular la resistencia de entrada para la siguiente configuración:*



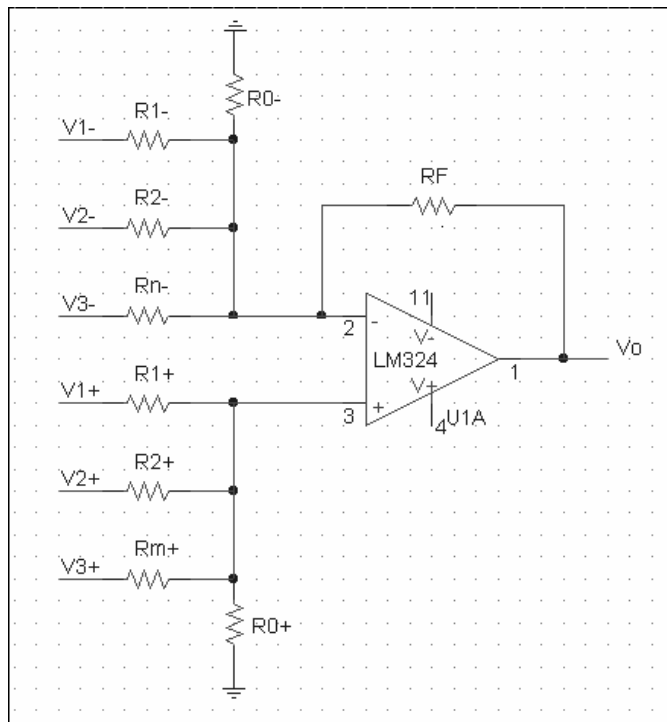
Teniendo en cuenta el Principio de Tierra Virtual:

$$V_i = R_1 i + V^+ - V^- + R_1 i = 2R_1 i$$

La idea anterior se puede extender a un sumador genérico capaz de obtener:

$$V_o = \sum_{j=1}^m K_j^+ V_j^+ - \sum_{i=1}^n K_i^- V_i^-$$

Esto se puede obtener mediante el siguiente circuito:



Podemos resolver haciendo un balance de tensiones en los nudos de entrada del amplificador.

$$V^- = \sum_{i=1}^n V_i^- \frac{G_i^-}{G_0^- + G_F + \sum_i G_i^-} + V_o \frac{G_F}{G_0^- + G_F + \sum_i G_i^-}$$

$$V^+ = \sum_{j=1}^m V_j^+ \frac{G_j^+}{G_0^+ + \sum_j G_j^+}$$

Por el modelo de tierra virtual, se obtiene:

$$V_o = \sum_{j=1}^m V_j^+ \frac{G_j^+}{G_F} \frac{1 + \frac{G_0^-}{G_F} + \sum_i \frac{G_i^-}{G_F}}{\frac{G_0^+}{G_F} + \sum_j \frac{G_j^+}{G_F}} + \sum_{i=1}^n (-V_i^-) \frac{G_i^-}{G_F}$$

Notamos que los pesos negativos se pueden ajustar de modo simple, no así los positivos. Se puede simplificar el diseño haciendo:

$$\frac{G_0^+}{G_F} + \sum_{j=1}^m \frac{G_j^+}{G_F} = 1 + \frac{G_0^-}{G_F} + \sum_{i=1}^n \frac{G_i^-}{G_F}$$

Con ello, los pesos son:

$$K_j^+ = \frac{G_j^+}{G_F}$$

$$K_i^- = \frac{G_i^-}{G_F}$$

Los valores de  $G_0^-$  y  $G_0^+$  se pueden calcular:

- (1) si  $\Sigma K^+ > 1 + \Sigma K^-$       $G_0^+ = 0$   
 $G_0^- / G_F = \Sigma K^+ - 1 - \Sigma K^-$
- (2) si  $\Sigma K^- + 1 > \Sigma K^+$       $G_0^- = 0$   
 $G_0^+ / G_F = 1 + \Sigma K^- - \Sigma K^+$

**Ejercicio 1.8.** Diseñar un circuito para:

$$V_o = 3V_1 + 2V_2 - 7V_3$$

En este caso:

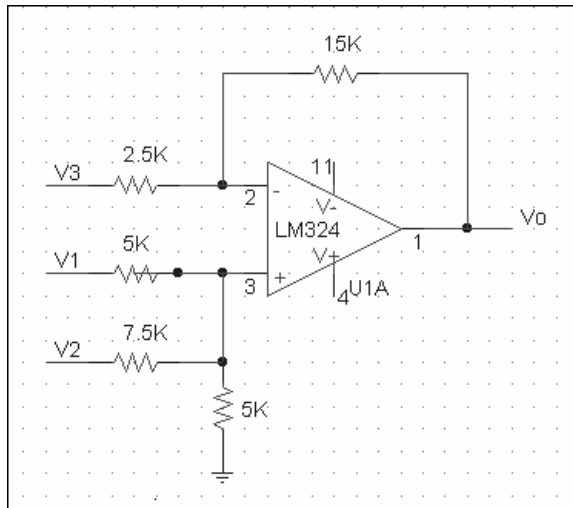
$$\Sigma K^- + 1 = 8$$

$$\Sigma K^+ = 5$$

Así:

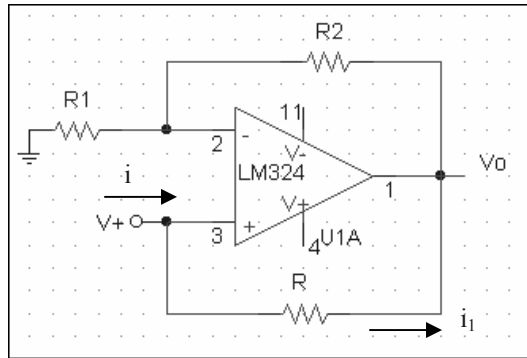
$$\frac{G_1}{G_F} = 3 \qquad \frac{G_2}{G_F} = 2 \qquad \frac{G_3}{G_F} = 7 \qquad \frac{G_0^+}{G_F} = 8 - 5 = 3$$

Haciendo, por ejemplo,  $R_F = 15 \text{ K}\Omega$  se obtiene:



**2.5. CONVERTIDOR NEGATIVO DE RESISTENCIAS.**

Supongamos que se desea calcular la resistencia de entrada del siguiente circuito:

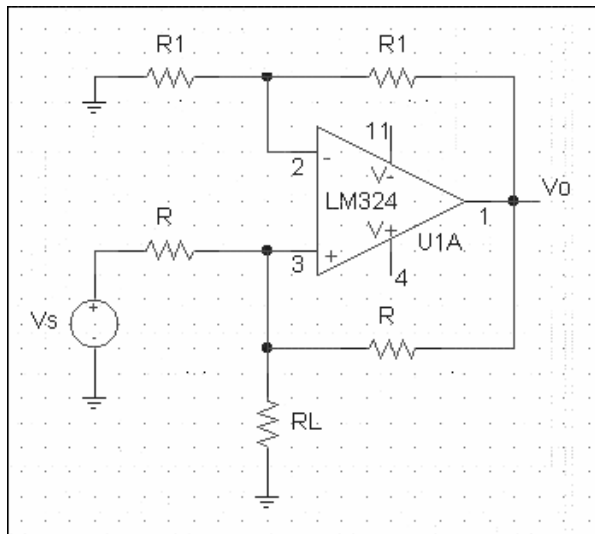


$$V_o = V \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

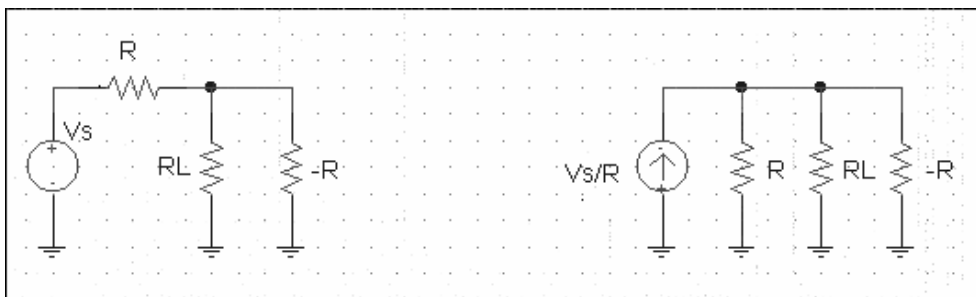
$$i = \frac{V - V_o}{R} = -\frac{V R_2}{R R_1}$$

$$R_{in} = -R \frac{R_1}{R_2}$$

Podemos aprovechar esta propiedad para conseguir una intensidad proporcional a una tensión:



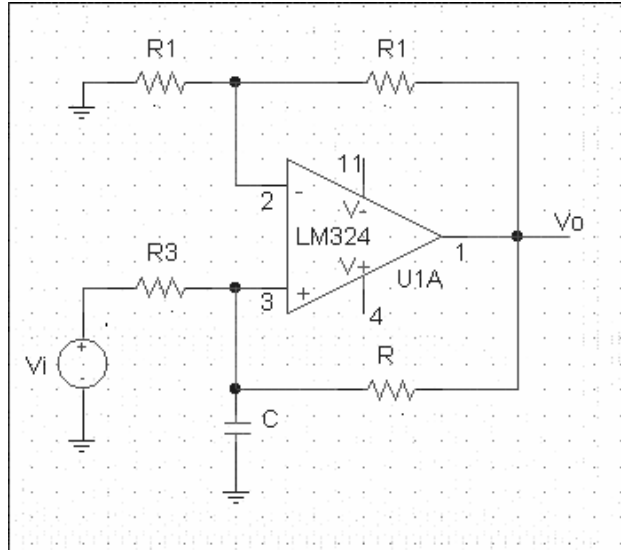
Tendremos el siguiente equivalente:



De donde, siendo  $i_L$  la intensidad que circula por  $R_L$ , se obtiene:

$$i_L = \frac{V_S}{R}$$

**Ejercicio 1.9.:** *Mostrar que el circuito de abajo es un integrador con peso positivo:*



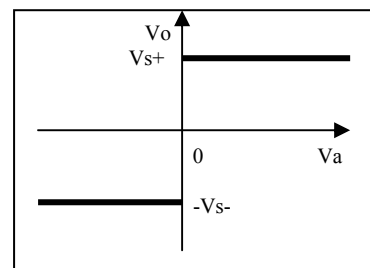
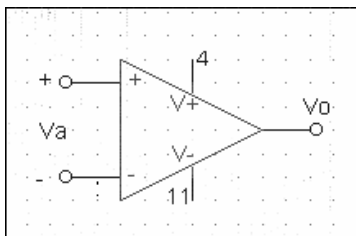
De acuerdo con todo lo anterior es:

$$i_c = \frac{V_i}{R} \Rightarrow V_c = \frac{1}{CR} \int_0^t V_i(\tau) d\tau + V_c(0)$$

$$V_o = 2V_c = \frac{2}{CR} \int_0^t V_i(\tau) d\tau + 2V_c(0)$$

### **3. EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL EN ZONA NO-LINEAL**

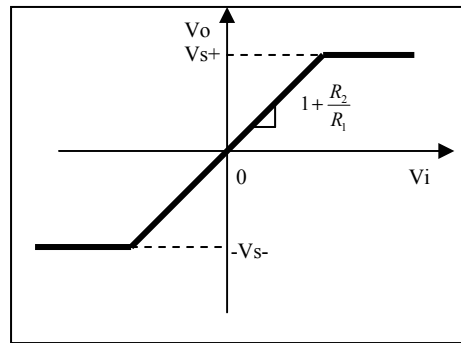
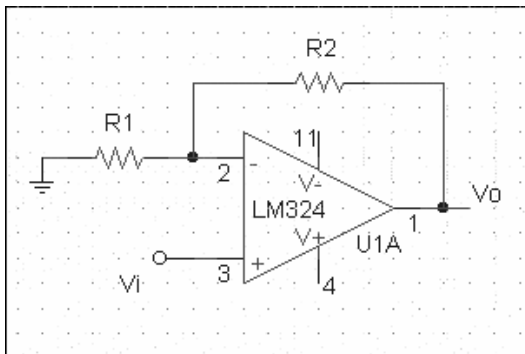
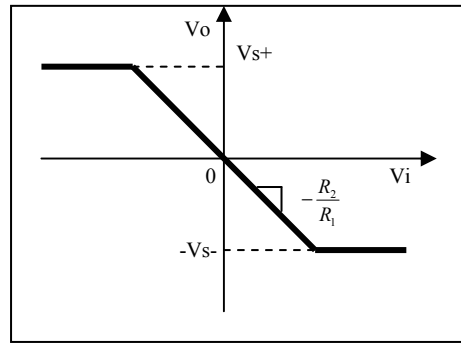
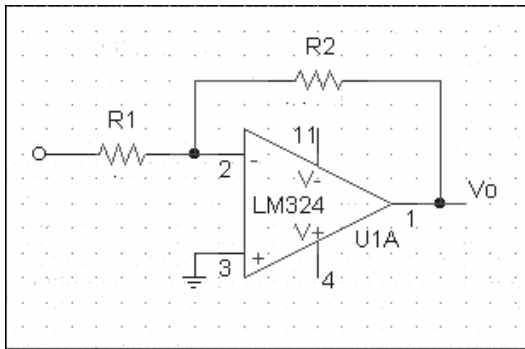
Recordemos la caracterización desde los términos del amplificador operacional “ideal”:



En zona lineal  $V_o \in (-V_{s-}, V_{s+})$  y  $V_a = 0$ .

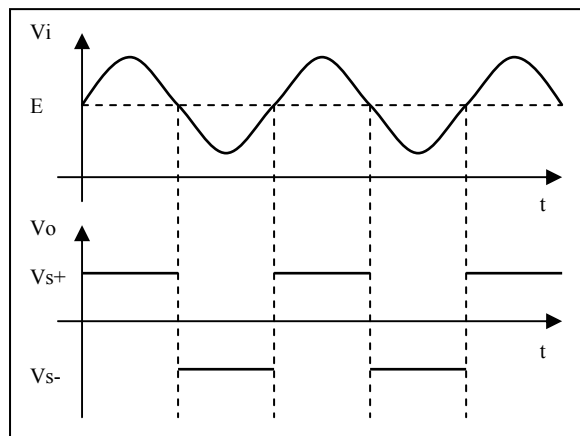
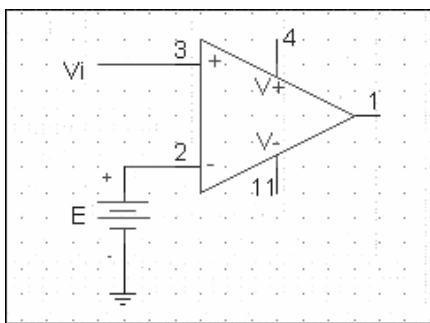
En zona no-lineal  $V_o > V_{s+}$  ó  $V_o < -V_{s-}$  y  $V_a \neq 0$ .

Dada la alta ganancia en cadena abierta del A.O. (idealmente  $\infty$ ), el funcionamiento en zona lineal implica realimentación negativa. Las estructuras estudiadas en la sección anterior funcionan en zona no-lineal cuando la tensión de salida supera los límites.



### 3.1 COMPARADOR

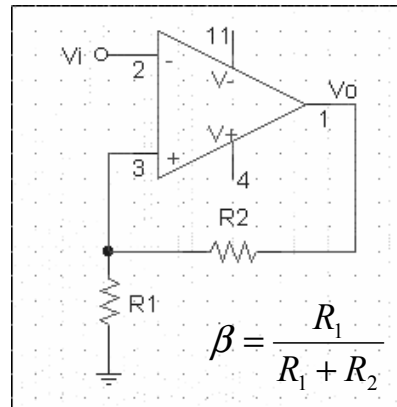
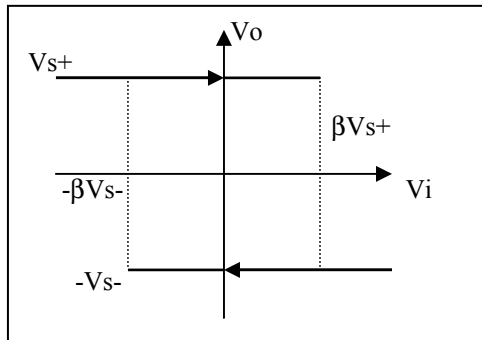
Cuando funciona en cadena abierta (con la entrada directamente a los terminales de entrada del A.O.), el amplificador operacional trabaja en zona no-lineal. Se puede usar así para hacer una detección de umbral.



En la práctica, las transiciones de la señal de salida **no son instantáneas.**

### 3.2 COMPARADOR CON HISTÉRESIS

Hemos visto anteriormente que la realimentación positiva en el amplificador operacional da lugar a que este funcione en zona no-lineal. Esto se puede aprovechar para hacer un ciclo de histéresis.



Para analizar el circuito anterior supongamos que la salida está en un instante dado en  $V_o = V_{s+}$ .

$$(1) \quad V_c = V_s^+ \Rightarrow V_a > 0 \Rightarrow \begin{cases} V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o \\ V^- = V_i \end{cases}$$

Mientras se mantenga la situación anterior ( $V_i < \beta V_{s+}$ ), no cambia el estado del amplificador. El cambio se produce cuando es  $V_i > \beta V_{s+}$

(2)

$$V_i > \beta V_{s+} \Rightarrow V_o = -V_{s-}$$

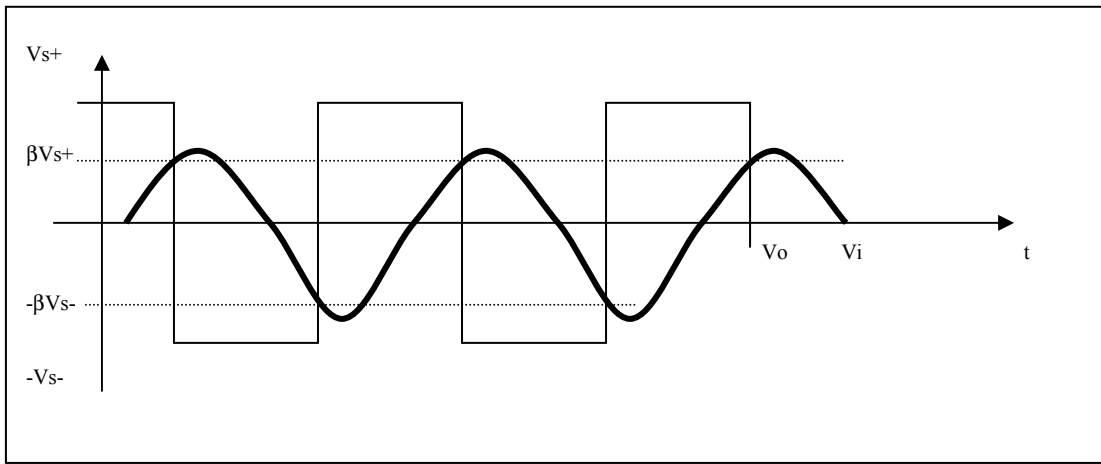
Nótese que al pasar  $V_o$  de  $V_{s+}$  a  $-V_{s-}$ , la tensión  $V^+ = -\beta V_{s-}$ , acentuándose aún más la diferencia entre  $V^-$  y  $V^+$ .

(3)

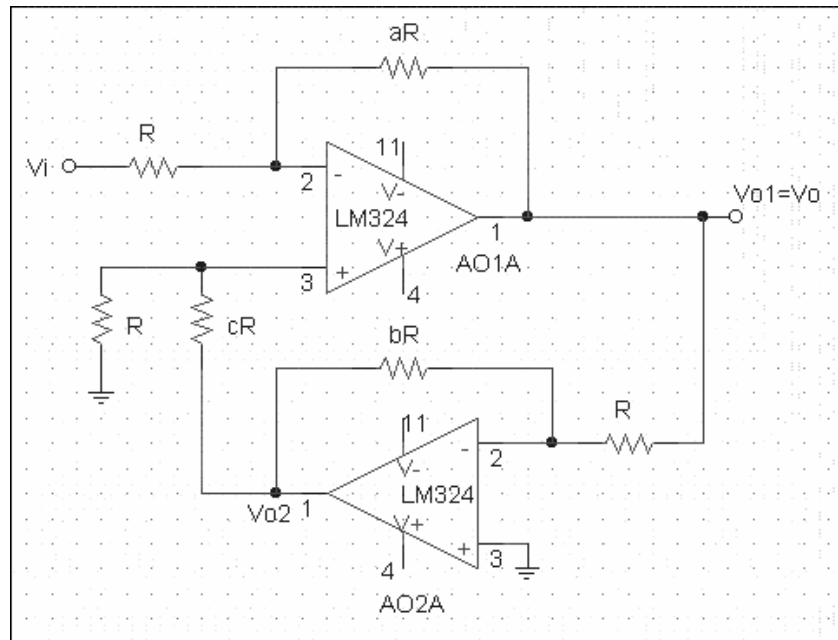
$$V_o = -V_{s-} \Rightarrow V_a < 0 \Rightarrow V_i = V^- > V^+ = -\beta V_{s-}$$

La salida vuelve a cambiar cuando  $V_i < -\beta V_{s-}$  en cuyo caso  $V^+$  pasa a ser  $\beta V_{s+}$  y podemos volver al punto (1) anterior.

Nótese como característica importante en la función  $V_o = F(V_i)$  obtenida, que es multivaluada dentro del intervalo  $-\beta V_{s-} < V_i < \beta V_{s+}$ . Esto es, para valores de la entrada  $V_i$  comprendidos en dicho intervalo, el estado de salida depende tanto de  $V_i$  como de la "historia" del circuito.



**Ejercicio 4.10.** Para el circuito de la figura, y suponiendo que el parámetro  $b$  es suficientemente grande (el amplificador AO2 entra antes en zona no-lineal) calcular  $V_o = F(V_i)$ .



Suponiendo a ambos AO's en zona lineal:

$$V^+|_{AO1} = -bV_{o1} \frac{1}{1+c}$$

$$V_{o1} = (1+a)V^+|_{AO1} - aV_i = -aV_i - b \frac{1+a}{1+c} V_{o1}$$

Despejando el valor de  $V_{o1}$ , resulta:

$$V_o \equiv V_{o1} = \frac{-a}{1+b \frac{1+a}{1+c}} V_i \quad (1)$$

Supongamos  $V_{s+} = V_{s-} = V_s$  igual para ambos AO's. AO2 entra en zona no-lineal para

$$-V_s > -bV_o > V_{s+} \Rightarrow |bV_o| > V_s \quad (2) \quad (\text{Zona no-lineal})$$

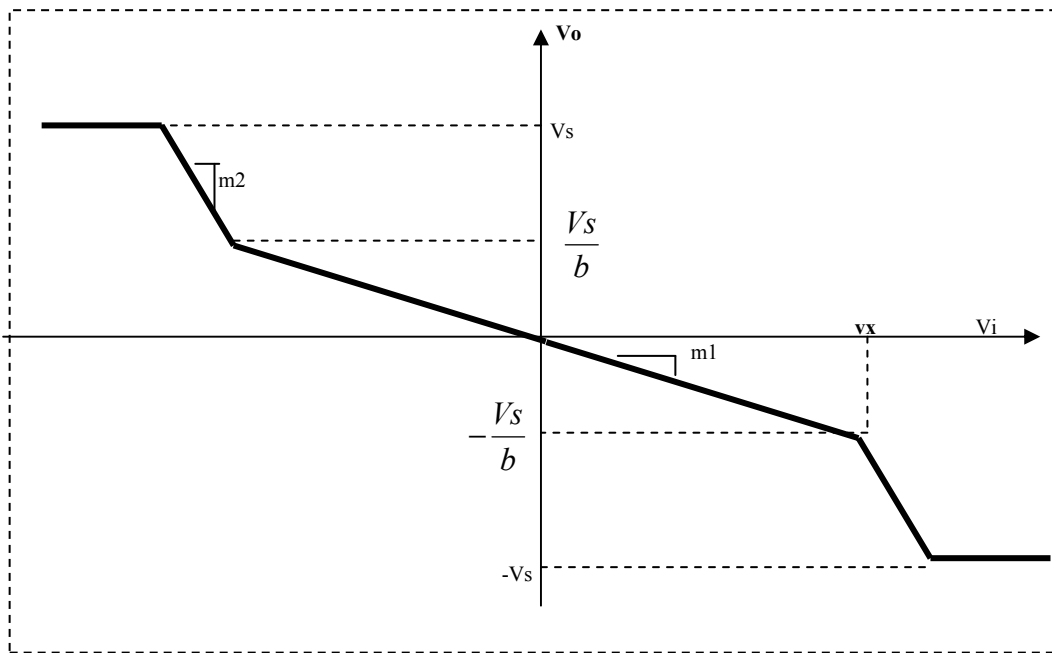
valor al que según la expresión (1) le corresponde:

$$|V_i| > V_s \frac{1+b \frac{1+a}{1+c}}{ab} \quad (3)$$

cuando se verifica la desigualdad anterior, la relación  $V_o - V_i$  está dada por:

$$V_o = -aV_i \pm V_s \frac{1+a}{1+c} \quad (4)$$

Finalmente, debe tenerse en cuenta que la tensión  $V_o$  no puede exceder los límites  $\pm V_s$  correspondientes a la zona no-lineal de AO1:



$$v_x = V_s \cdot \frac{1+b \frac{1+a}{1+c}}{ab}$$

$$m_1 = \frac{-a}{1+b \frac{1+a}{1+c}}$$

$$m_2 = a$$

## 4 - FUNCIONAMIENTO NO-IDEAL DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL.

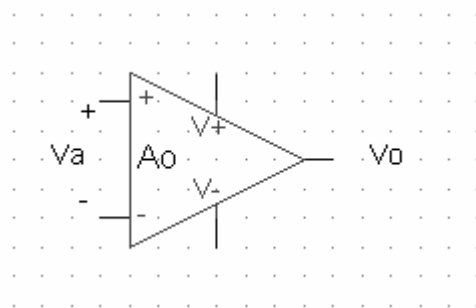
Hasta aquí hemos considerado modelos ideales para el amplificador operacional. Aunque en la práctica esto da buenos resultados, es conveniente considerar las desviaciones más importantes al objeto de obtener “buenos” diseños.

Distinguimos dos grupos de limitaciones:

- 1) Limitaciones Estáticas
- 2) Limitaciones Dinámicas.

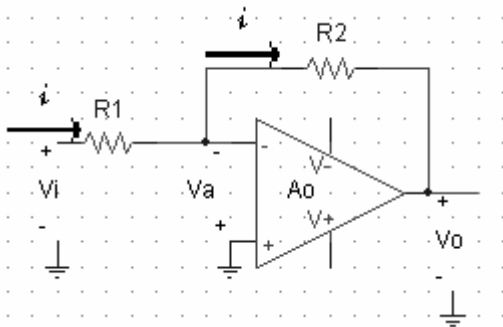
### 4.1 - LIMITACIONES ESTATICAS.

#### 4.1.1 – GANANCIA FINITA EN ZONA LINEAL.



$$\frac{V_o}{V_a} = A_o \quad (\text{valor finito})$$

Podemos calcular la influencia de esta ganancia finita en las configuraciones inversora y no-inversora.



$$V_a = \frac{V_o}{A_o}$$

Suponiendo resistencia de entrada infinita:

$$i = \frac{1}{R_1} \left[ V_i - \left( -\frac{V_o}{A_o} \right) \right]$$

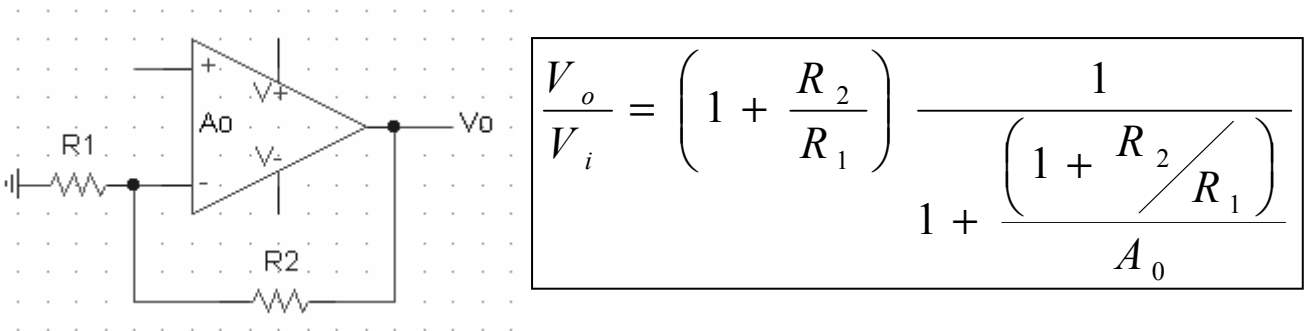
$$V_c = -\frac{V_o}{A_o} - iR_2 = -\frac{V_o}{A_o} - \frac{R_2}{R_1} \left[ V_i + \frac{V_o}{A_o} \right]$$

Despejando  $V_o$  de la ecuación anterior, se obtiene finalmente:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{A_0}} = -\frac{R_2}{R_1} e$$

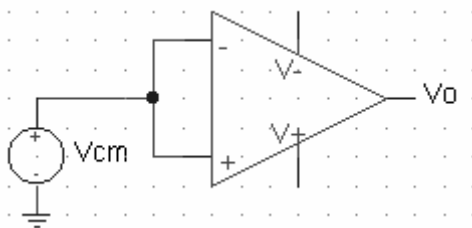
El valor de  $e$  da cuenta de la desviación respecto al modelo ideal, provocada por  $A_o$ .

De igual modo, se puede calcular dicha desviación para el amplificador no-inversor.



#### **4.1.2 – RAZON DE RECHAZO DEL MODO COMUN (CMRR).**

Aunque el amplificador operacional ideal amplifica solo la diferencia de señales de entrada, en la practica se amplifica también las tensiones comunes a ambos terminales.



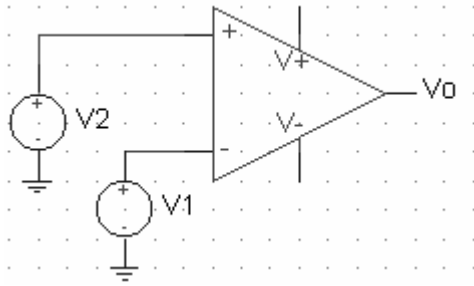
$$A_{cm} = \frac{V_o}{V_{cm}}$$

$A_{cm}$  es la ganancia del modo común.

$$CMRR = \frac{A_o}{A_{cm}}$$

$A_o$  es la ganancia diferencial.

Es interesante considerar como se puede modelar el CMRR.



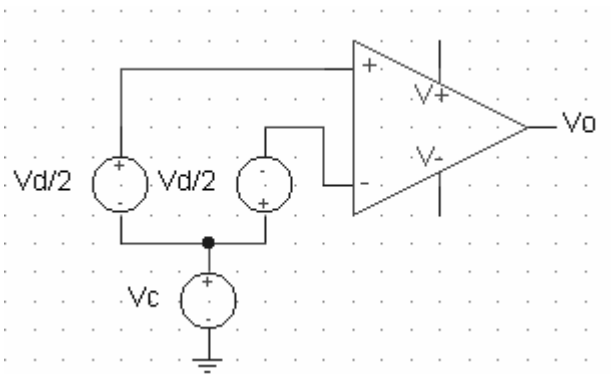
$$V_2 = \frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$V_1 = -\frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Definiendo  $V_d = V_2 - V_1$

$$V_c = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad \text{se obtiene}$$

el siguiente circuito equivalente al anterior:



Aplicando el principio de superposición:

$$V_o = A_o V_d + A_{cm} V_c$$

Notamos que solo para  $V_2 = -V_1$ , la salida depende exclusivamente de  $V_2 - V_1$ .

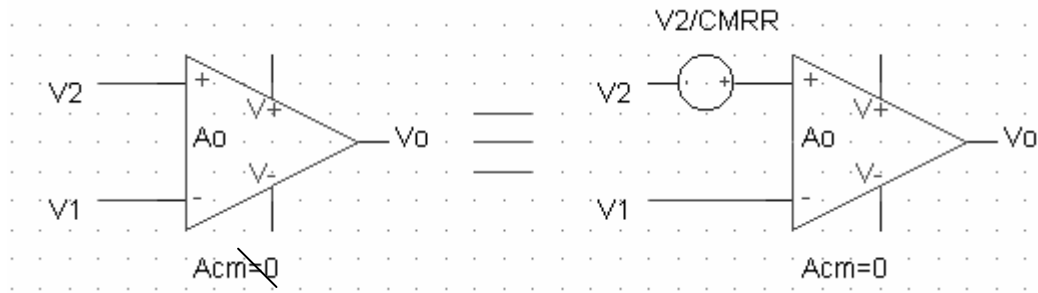
Teniendo en cuenta la expresión de  $V_d$  y  $V_c$ .

$$V_o = A_o \left[ V_2 - V_1 + \frac{V_1 + V_2}{2} \frac{1}{CMRR} \right]$$

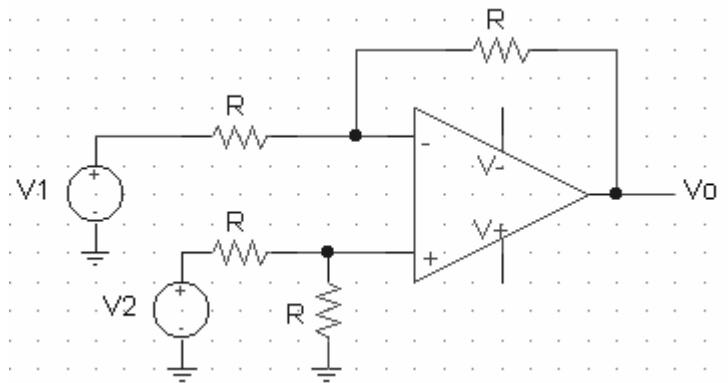
Como en zona lineal  $V_2 = V_1$  se tendrá:

$$V_o \approx A_o \left[ V_2 \left( 1 + \frac{1}{CMRR} \right) - V_1 \right]$$

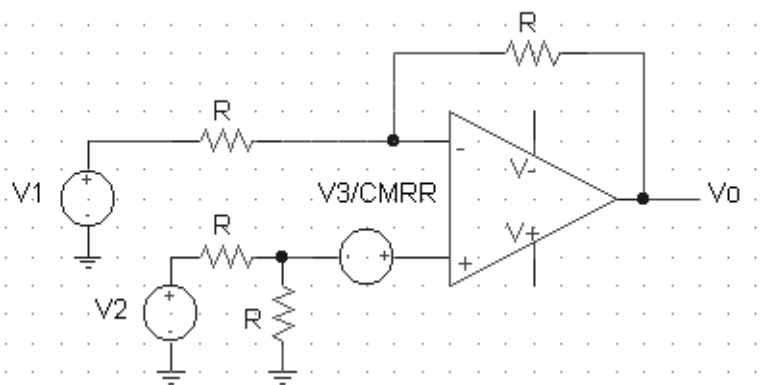
La ecuación anterior proporciona una técnica constructiva de modelado:



**EJERCICIO 4-11** Obtener una expresión para el error debido al CMRR en el circuito de la figura.



Usando el modelo anterior, se tendrá:



$$V_+ = V_2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1/2}{CMRR} \right) \quad ; \quad V_- = \frac{V_1}{2} + \frac{V_o}{2}$$

Suponiendo la ganancia diferencial infinita:

$$V_+ = V_- \quad \Rightarrow \quad V_o = -V_1 + V_2 \left( 1 + \frac{1}{CMRR} \right)$$

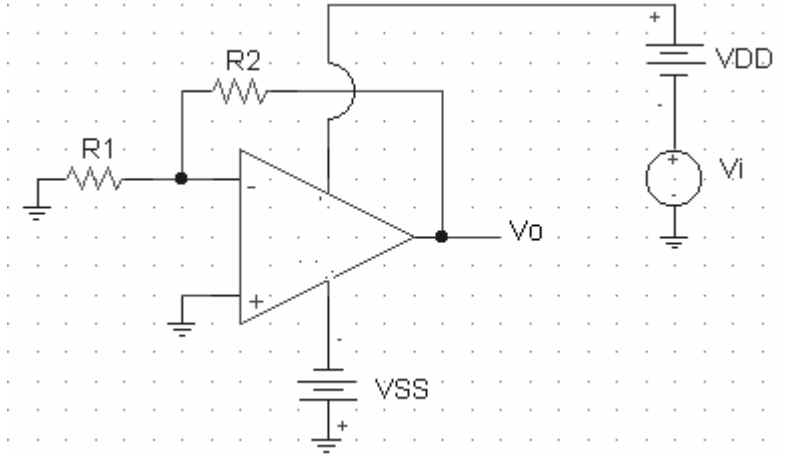
Aparece un nivel de error respecto a la operación ideal

$$e = V_2 \frac{1}{CMRR}$$

### 4.1.3 - PSRR (Power Supply Rejection Ratio)

Las fluctuaciones en la tensión de alimentación influyen en la tensión de salida, a través del factor de rechazo de las perturbaciones de la alimentación "PSRR".

Observemos el siguiente circuito:



Aplicando el Principio de Superposición:

$$V_o = A_o (V_+ - V_-) + A_s (V_{DD} + V_i - V_{SS})$$

Definimos:  $PSRR = \frac{A_o}{A_s}$

Vemos que:  $V_+ = 0$  ;  $V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o$

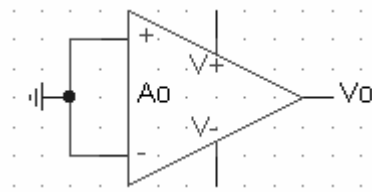
Si  $V_{DD} = V_{SS} \Rightarrow V_o = A_o \left( -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o \right) + A_s V_i$

Entonces:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A_s}{1 + A_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \approx \frac{A_s}{A_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{\frac{R_1 + R_2}{R_1}}{\frac{A_o}{A_s}} = \boxed{\frac{1 + R_2/R_1}{PSRR}}$$

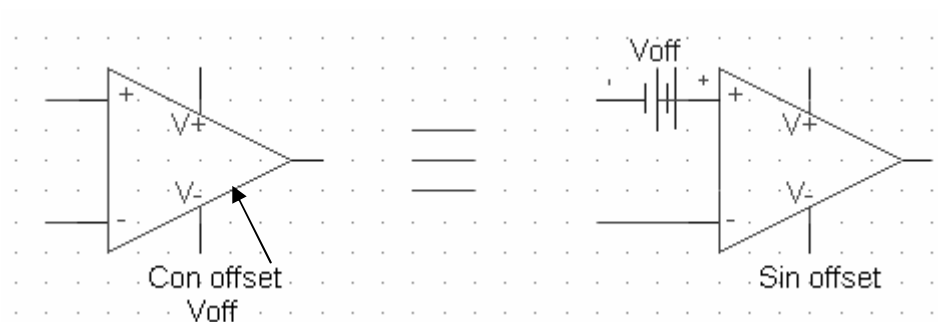
#### 4.1.4 – TENSIÓN DE OFFSET DE ENTRADA.

Aun con las dos entradas nulas, la tensión de salida del amplificador es no-nula.

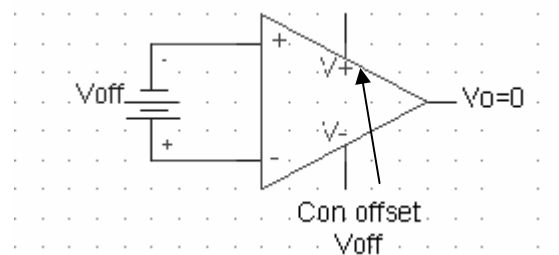


$$V_{off} = \frac{V_o}{A_o}$$

Se puede modelar al offset de tensiones como sigue:

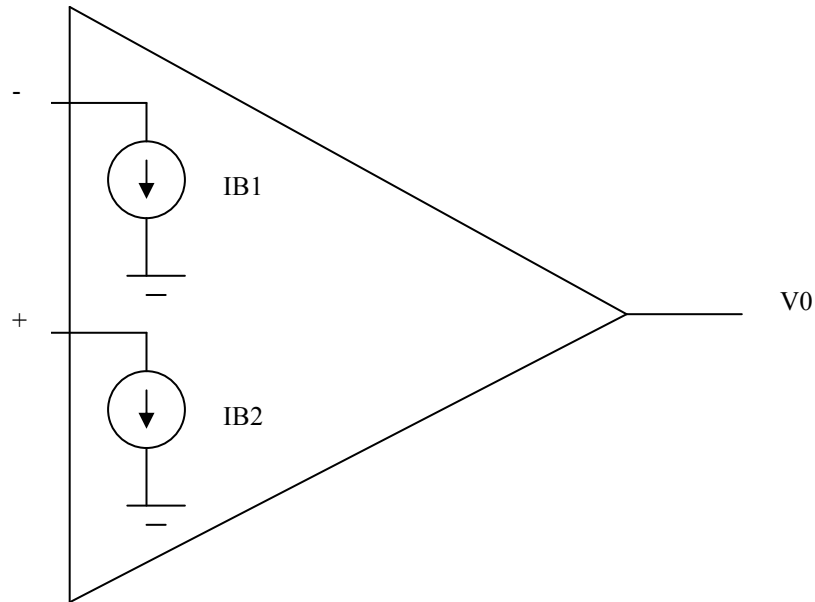


Lo anterior nos sugiere una segunda interpretación del offset de tensiones: “es la tensión que hay que aplicar entre los terminales de entrada del amplificador operacional para obtener una tensión nula a la salida”



### 4.1.5 – INTENSIDADES DE POLARIZACION DE ENTRADA.

Para que el amplificador operacional funcione correctamente deben suministrarse sendas intensidades a cada terminal de entrada.



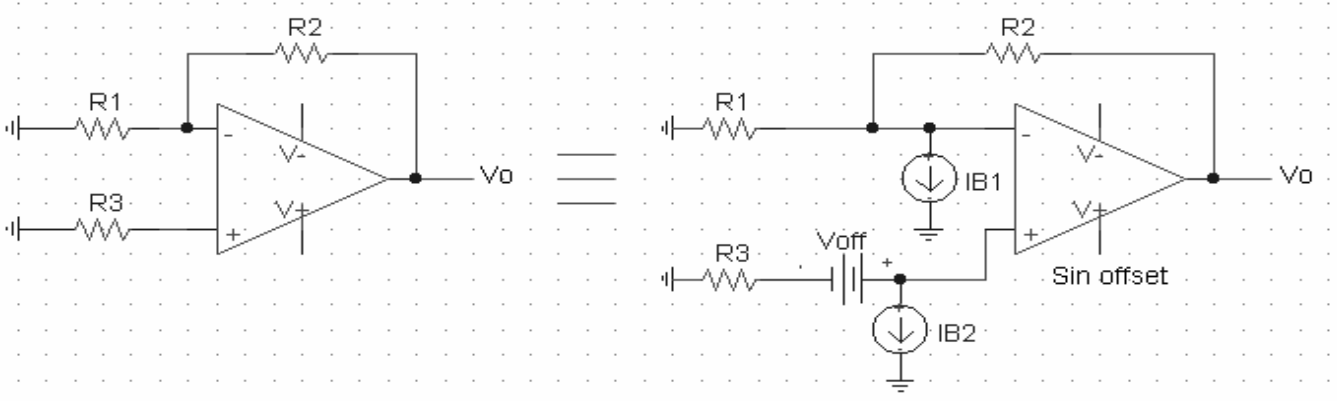
Asociadas a estas intensidades se definen dos variables

Input Bias Current 
$$I_B = \frac{I_{B1} + I_{B2}}{2}$$

Input Offset Current 
$$I_{off} = I_{B1} - I_{B2}$$

Típicamente 
$$I_B = 100 \text{ nA} \quad ; \quad I_{off} = 10 \text{ nA}$$

Consideremos la influencia de Voff, Ib1 e Ib2 en el circuito de abajo.



Aplicando el principio de superposición:

$$V_o = V_{off} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - I_{B2} R_3 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + I_{B1} R_2 =$$

$$= (I_{B1} - I_{B2}) R_2 + I_{B2} \left[ R_2 - R_3 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] + V_{off} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

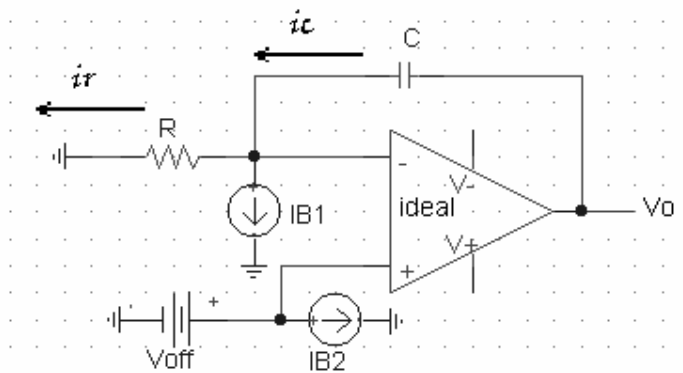
Podemos hacer las siguientes observaciones:

1 – Se puede eliminar la influencia de  $I_{B2}$  haciendo  $R_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$

2 – Se reduce la influencia de  $I_{B1}$ - $I_{B2}$  reduciendo  $R_2$ . Pero esto puede dar problemas al suministrar el amplificador una intensidad mayor.

3 – Se reduce la influencia de  $V_{off}$ . Reduciendo  $1 + \frac{R_2}{R_1}$  Esto entra en conflicto con obtener una ganancia elevada.

**EJERCICIO 4.12** Evaluar los efectos del offset de tensiones y de las intensidades de entrada sobre el funcionamiento de un integrador Miller.



Teniendo en cuenta el principio de tierra virtual es:

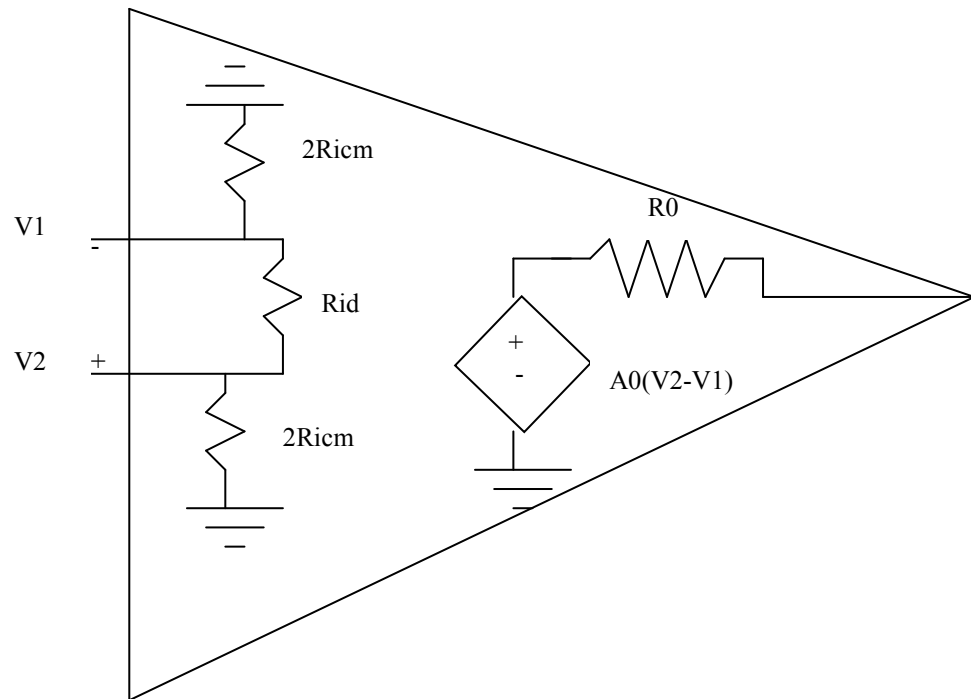
$$V_- = V_{off} \quad ; \quad i_R = \frac{V_{off}}{R} \quad ; \quad i_C = i_R + I_{B1} = \frac{V_{off}}{R} + I_{B1}$$

Aplicando KCL al terminal (-) del amplificador resulta:

$$V_C = V_o - V_{off} = \frac{1}{C} \int i_C dt \quad ; \quad \boxed{V_o(t) = V_o(0) + \frac{V_{off}}{RC} t + \frac{I_{B1}}{C} t}$$

#### **4.1.6 – OTRAS LIMITACIONES ESTÁTICAS.**

Junto con las anteriores, otras limitaciones que es conveniente considerar son la resistencia de entrada y la resistencia de salida.

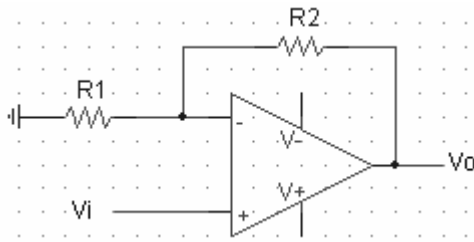


Típicamente  $R_{icm} = 100 \text{ M}\Omega$  ;  $R_{id} = 1 \text{ M}\Omega$

Adicionalmente, es conveniente considerar la existencia de un valor límite en la intensidad suministrada por el amplificador a su salida.

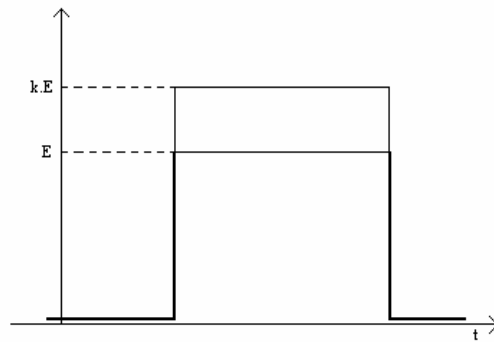
## 4.2 – LIMITACIONES DINAMICAS.

Supongamos un amplificador no-inversor al que se excita mediante una señal cuadrada:

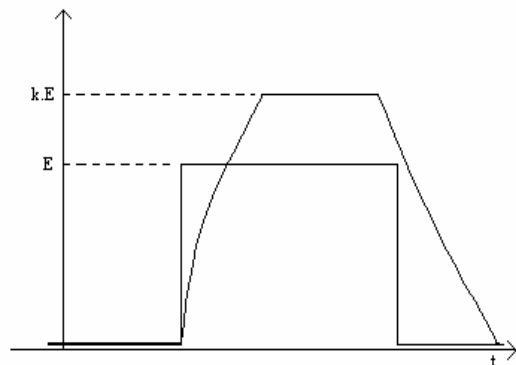


$$K = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Idealmente no hay retraso entre salida y entrada.



En la practica existe retraso



Se distinguen generalmente dos tipos de comportamiento dinámico dependiendo de la pendiente de la señal de salida

- Comportamiento lineal: Polo dominante.
- Comportamiento no-lineal: Slew- Rate.

#### **4.2.1 COMPORTAMIENTO LINEAL.**

Si  $E$  es suficientemente pequeño:

$$V_o(t) \approx KE \left[ 1 - e^{-t/(k/GB)} \right]$$

$GB$  es un parámetro asociado al amplificador

$$V_o(t) \approx E \cdot u_o(t)$$

La expresión anterior es válida siempre que la pendiente de la señal de salida no supere un valor determinado

$$\frac{dV_o}{dt} \approx E \cdot GB \cdot e^{-t/(k/GB)} \leq E \cdot GB$$

Esto es el valor de  $E$  debe ser suficientemente pequeño.

#### **4.2.2 – COMPORTAMIENTO NO-LINEAL.**

Si la pendiente resultante de aplicar la ecuación del comportamiento lineal es mayor que un valor límite,  $SR$ , la expresión anterior de  $V_o(t)$  no es válida.

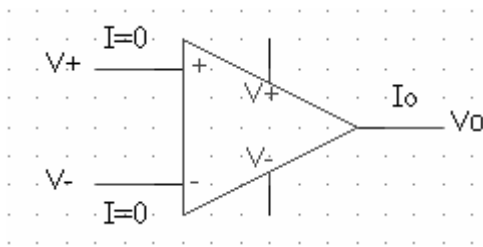
Si  $E \cdot GB > SR$  se obtiene:

$$V_o(t) = SR \cdot t$$

Esto es, la salida se independiza de la entrada.

**AMPLIFICADORES OPERACIONALES**

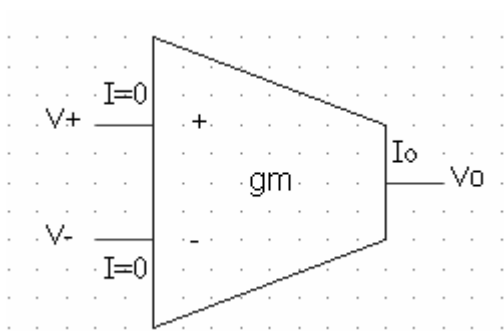
- **Diferenciales.**



$$V_o = A_v \cdot (V^+ - V^-)$$

$A_v \uparrow \uparrow \uparrow$

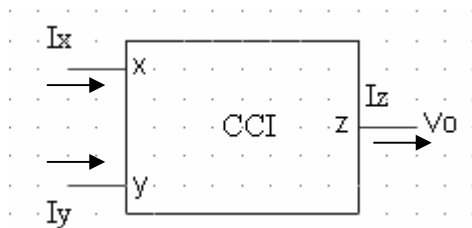
- **De transconductancia (OTA).**



$$I_o = g_m \cdot (V^+ - V^-)$$

- **Current-Conveyor.**

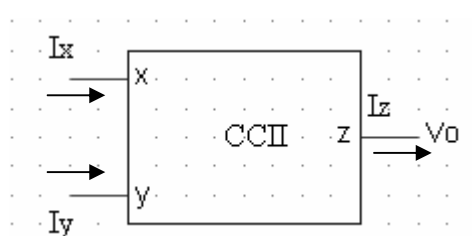
- Tipo I.



$$V_x = V_y$$

$$I_x = I_y = \pm I_z \begin{cases} CCI^+ \\ CCI^- \end{cases}$$

- Tipo II.



$$V_x = V_y$$

$$I_y = 0$$

$$I_x = \pm I_z \begin{cases} CCII^+ \\ CCII^- \end{cases}$$