

I.T. Informática – Gestión y Sistemas
Álgebra Lineal
E.P.S. La Rábida - Febrero 2001

1. Dado el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} \lambda x - 5y = \lambda + 5 \\ 2x + (\lambda - 7)y = 4 \end{array} \right\}$$

- (a) Estudiar mediante el método de Gauss la compatibilidad según los valores de parámetro λ .
- (b) Para el caso en que sea incompatible, obtener la solución óptima

2. Sean $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$, y $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dados por

$$f(x, y, z) = (x, -y, z, x + y + z), \quad g(x, y, z) = (-x, y, 2z, -x - y + z)$$

- (a) Determinar las matrices asociadas a f y a $f + g$ en las bases canónicas respectivas de \mathbb{R}^3 y \mathbb{R}^4 .
- (b) Determinar $\text{Ker}(f)$ y $\text{Ker}(g)$. ¿Es $\text{Ker}(f) + \text{Ker}(g) = \text{Ker}(f+g)$? Justificar la respuesta.
- (c) Calcular unas ecuaciones implícitas de $f(V)$ siendo $V = \langle (1, 0, 1) \rangle$.
- (d) Calcular unas ecuaciones paramétricas de $f^{-1}(W)$ siendo $W = \langle (1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0) \rangle$.

3. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Determinar A^n .
- (b) Resolver la ecuación en diferencias $x_n = x_{n+1} + 2x_{n-2}$ para los valores iniciales $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ y para los valores iniciales $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.
- (c) Expresar A^n en función de los resultados obtenidos en el apartado (b).

4. Sean $U = \langle (1, 2, 1) \rangle$ y $V = \{x \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\}$ dos subespacios de \mathbb{R}^3 referidos a la base canónica.

- (a) Calcular base y ecuaciones implícitas de $U^\perp + V$ y de $U^\perp \cap V$.
- (b) Calcular la proyección ortogonal sobre V y V^\perp del vector de coordenadas $(6, 1, 4)$.
- (c) Ecuaciones del cambio de base de la base canónica a la base $B = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$.
- (d) Calcular V respecto de esta nueva base.