I.T. Informática – Gestión y Sistemas
Álgebra Lineal
E.P.S. La Rábida - Febrero 2002

Problema 1.- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -a-1 & 1-a \\ 0 & a & a \\ 2 & a-2 & 2a+1 \end{pmatrix},\ a \in \mathbf{R},\ \text{y}\ b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

1. Calcular, cuando exista, la factorización *L.U.* de la matriz A.
2. Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro a, del sistema de ecuaciones $Ax = b$.

Resolverlo para $a = 0$.

Problema 2.-

Sea $H = \{ (x, y, z, t) \in \mathrm{R}^4 \ /\ x + 2y + z = 0, x - t = 0\}$ respecto de la base canónica y sea :

$$G = < (a, 2, -2, 0), (0,1, -2, a) >$$

respecto de la base $B = \{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 1), (0, 0,1,1), (0, 0,0,1)\}$.

1. ¿ Existe algún valor de a para el que $dim(H + G) = 2$?
2. Para $a = 1$, hallar una base de $H \cap G$ respecto de B.

Problema 3.-

Se considera el homomorfismo f de R^3 en R^2, que hace corresponder a los vectores (1,0,1), (0, 1, 1) y (1,1,0) los vectores (1,0), (0,2) y (1,1), respectivamente. Se pide:

1. Matriz asociada a f en las bases canónicas de R^3 y R^2.
2. Subespacio transformado de $\mathrm{V} = \{(x, y, z) \in \mathrm{R}^3 \ / 5x - 3y - z = 0\}$.
3. $f^{-1}(\mathrm{U})$ siendo $\mathrm{U} = \{(x, y) \in \mathrm{R}^2 \ / \ x - y = 0\}$.
4. Encontrar una base de R^3 y una de R^2 tales que $f(x, y, z) = (x - y, x - z)$.

Problema 4.-

Sea la matriz real

$$A = \begin{pmatrix} 2\alpha+4 & 1-\alpha & -2\alpha-\alpha^2 \\ 0 & 4-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 4-\alpha^2 \end{pmatrix},\ \alpha \in \mathbf{R}.$$

1. Obtener los valores de α para los que la matriz A es diagonalizable.
2. Obtener la forma diagonal de A y la matriz de paso en el caso $\alpha = 1$.
3. Para $\alpha = 1$, calcular A^n.

Palos de la Frontera, 15 de Febrero de 2002.