

I.T. Informática – Gestión y Sistemas

Álgebra Lineal

E.P.S. La Rábida - Febrero 2003

1. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2\alpha \\ \beta - 2\alpha \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}.$$

- Calcular los valores de α y β para los que el sistema $Ax = b$ es compatible.
- Calcular la solución óptima del sistema

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ 2x + 2y + 2z &= 1 \\ x + 2y + z &= 2 \end{aligned}$$

2. Sean E y F los subespacios vectoriales de \mathbb{R}^4 definidos mediante $E = \langle (1, 2, 0, 1), (0, 0, 3, 1) \rangle$ y $F = x_2 - x_3 = 0$.

- Ampliar el conjunto $\{(1, 2, 0, 1), (0, 0, 3, 1)\}$ hasta una base de \mathbb{R}^4 .
- Calcular una base de F y unas ecuaciones implícitas de E .
- Obtener una base de $E \cap F$ y de $E + F$.

3. Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada en la base canónica es $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Calcular $\ker(f)$, $\text{Im}(f)$ (Ec. Implícitas y una base).
- Calcular la matriz de la aplicación en la base $B = \{ (1, -2, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 0) \}$.
- Sea $H = \langle (1, 0, -1), (2, 1, 0) \rangle$ respecto de la base canónica. Calcular la proyección ortogonal sobre H del vector $v = (1, 1, 1)$ referido a la base canónica.

4. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \alpha & 0 & 0 \\ 2 + \alpha & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Estudiar la diagonalización según los valores de α .
- Calcular J y P para $\alpha = -2$.