Examen Final de Algebra

Primer Curso de I.T.Informática Gestión y Sistemas

23 de Junio de 2005

1. Razonar, brevemente, la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

   a) Si $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ son vectores linealmente dependientes pertenecientes a un cierto espacio vectorial, ¿se puede asegurar que $\vec{u}_1$ depende linealmente de los otros dos?.

   b) Si un sistema de ecuaciones, en forma matricial, $A\vec{x} = \vec{b}$ es compatible y determinado entonces la matriz A es cuadrada.

   c) No existen aplicaciones lineales $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ que sean inyectivas.

2. Dada la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (5x + 8y - 3z, -3x - 6y + 3z, 2x + 2y)$. Se pide:

   a) Calcular base, dimensión, ecuaciones paramétricas e implícitas de $Ker(f)$, e $Im(f)$.

   b) Encontrar la ecuaciones implícitas del subespacio $(Im(f))^{\perp}$ y calcular la proyección del vector $(1, 0, 0)$ sobre el subespacio $Im(f)$

   c) Dada la base $B = \{(0, -1, -1), (-1, 1, 1), (2, -1, 0)\}$ de R^3, hallar la matriz de la aplicación f respecto a la base B en el espacio final e inicial.

3. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\left\{ \begin{array}{rrrcl} x & +y & +z & = & 1 \\ 2x & +y & -z & = & 2 \\ 3x & +2y & +(a-1)z & = & 1 \end{array} \right.$

   a) Hallar a para que el sistema sea incompatible.

   b) Resolver el sistema para $a = 2$.

   c) Para el valor de a que hace el sistema incompatible, hallar la solución aproximada por mínimos cuadrados y, en el caso de que exista, la solución óptima. D λ s. ecu.: (sol opt

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & b \\ 2 & 0 & a \end{pmatrix}$

   a) Estudiar para qué valores de a y b la matriz A es diagonalizable.

   b) Hallar los autovalores y autovectores de la matriz A para $a = -1$ y $b = 2$.