

**I.T. Informática – Gestión y Sistemas**  
**Álgebra Lineal**  
**E.P.S. La Rábida - Septiembre 2001**

1. Dado el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ 3x + \alpha y + \alpha z = 5 \\ 4x + \alpha y = 5 \end{array} \right\}$$

- (a) (1.5 ptos.) Estudiar mediante el método de Gauss la compatibilidad según los valores del parámetro  $\alpha$ .  
 (b) (1.5 ptos.) Para el caso en que sea incompatible, obtener la solución óptima.

2. En  $\mathbb{R}^3$ , se considera la base  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ .  
 Dado el endomorfismo  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  por

$$\begin{aligned} f(e_1) &= ae_1 + e_2 + e_3 \\ f(e_2) &= e_1 + e_2 + e_3 \\ f(e_3) &= e_1 + be_2 + e_3 \end{aligned}$$

- (a) (1 pto.) Hallar los valores de  $a$  y  $b$  para los que  $f$  es un automorfismo (homomorfismo biyectivo)  
 (\*) En los siguientes apartados considerar  $a = b = 1$ .  
 (b) (1 pto.) Hallar unas ecuaciones paramétricas del subespacio  $(\text{Ker}(f))^\perp + \text{Im}(f)$ , así como la proyección ortogonal del vector  $(1, 0, 1)$  sobre dicho subespacio.  
 (c) (1 pto.) Calcular unas ecuaciones implícitas y la dimensión del subespacio  $f^{-1}(W) \cap W$ , siendo  $W = \langle (1, 0, 1) \rangle$ .  
 (d) (1 pto.) Hallar la matriz asociada a la aplicación lineal respecto de la base  $B' = \{(1, 0, 1), (-1, 1, 1), (0, 1, -1)\}$ .

3. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2(1-\alpha) & \alpha \end{pmatrix}$$

- (a) (1.5 ptos.) Determinar los valores de  $\alpha$  para los que dicha matriz es diagonalizable.  
 (b) (1.5 ptos.) Resolver la ecuación en diferencias  $x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2}$ , para los valores iniciales  $x_1 = 5, x_2 = 19$ .