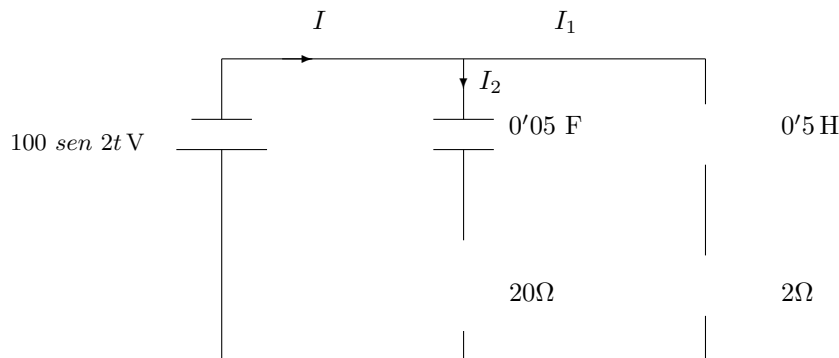


Examen de Diciembre de Ampliación de Matemáticas
Segundo Curso de I.T. Informática (Sistemas)
4 de Diciembre de 2002

1. Dada la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^3}{(x-1)^2+(y-2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (1, 2). \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$ Estudiar:
- [0,5 Puntos] La continuidad.
 - [0,5 Puntos] Derivadas direccionales en el punto $P = (1, 2)$.
 - [0,5 Puntos] La diferenciabilidad.
 - [0,5 Puntos] Si $f(x, y)$ marca la temperatura en el punto (x, y) determinar la dirección de máximo descenso de temperatura en el punto $(0, 0)$.
2. [1 Punto] Hallar los máximos y mínimos de la función $f(x, y) = x^2 + y^2$ sujetos a la condición $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$.
3. [2 Puntos] Sea R la porción de una esfera de radio A que es desprendida por un taladro cilíndrico de diámetro A cuyo borde pasa por el centro de la esfera. Hallar el volumen de R .
4. [1 Punto] Desarrollar la función $f(x) = \pi - x$ definida en $0 \leq x \leq \pi$ en serie de Fourier de senos.
5. [2 Puntos] Se conectan en serie un inductor de $0.1 H$ y un condensador de $0.1 F$ con una f.e.m. $E(t) = 120 \cos(10t) V$. Utilizar el método de los coeficientes indeterminados para encontrar la corriente y la carga en cada instante $t > 0$ sabiendo que $q(0) = i(0) = 0$.
6. [2 Puntos] En $t = 0$ la carga en el condensador del circuito es de 1 coulombio, mientras que la corriente en el inductor es cero. Determinar la carga en el condensador y la corriente en el inductor.



NOTA Transformadas de Laplace que pueden ser necesarias.

- $\mathcal{L}\{e^{at} \cos bt\} = \frac{s - a}{(s - a)^2 + b^2}$
- $\mathcal{L}\{e^{at} \sin bt\} = \frac{b}{(s - a)^2 + b^2}$
- $\mathcal{L}\{u(t - a)f(t - a)\} = e^{-as} \mathcal{L}\{f(t)\}$
- $\mathcal{L}\{u(t - a)g(t)\} = e^{-as} \mathcal{L}\{g(t + a)\}$
- $\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$