Examen Final de Ampliación de Matemáticas
Segundo Curso de I.T. Informática (Sistemas)
21 de Junio de 2002

1. [2 Puntos] Estudiar la continuidad, diferenciabilidad y existencia de derivadas direccionales en el origen de la función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4}{(x^2-y)^2+x^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1/2 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

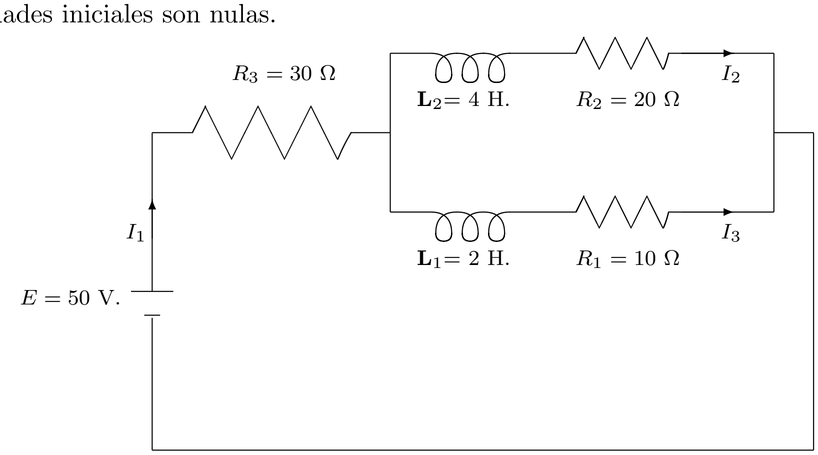
2. (a) [0.5 Puntos] Probar que la ecuación $x^2+y^2+z^3-2x+yz=0$ define implícitamente una función $z(x,y)$ en un entorno del punto $(1,0,1)$.
   (b) [1 Punto] Calcular las derivadas parciales de primer y segundo orden de z en el punto $(1,0)$.
   (c) [0.5 Puntos] Usar el desarrollo de Taylor de orden 2 de z en $(1,0)$ para obtener el valor aproximado de $z(1'2, 0'1)$.

3. [1 Punto] Hallar el volumen de la region situada en el semiespacio $z \geq 0$ y que está limitada por la esfera $x^2+y^2+z^2=100$ y por el cono $x^2+y^2=z^2$.

4.
   (a) [1 Punto] Desarrollar en serie de senos la función: $f(x) = x(\pi - x)$ en el intervalo $0 < x < \pi$
   (b) [1 Punto] Resolver la siguiente ecuación diferencial $(y^2-x)dx + 2ydy = 0$ encontrando previamente un factor integrante.

5. Dado un circuito en serie RLC que contiene una resistencia $R = 3\Omega$, una bobina con $L = 1H$ y un capacitor de capacitancia $C = \frac{1}{2}F$ conectados en serie con una tensión E. Hallar
   (a) [0.5 Puntos] La solucion de la ecuación para $E = 0$.
   (b) [1 Punto] La solucion de la ecuación para $E = -\frac{3}{2}e^{-2t}$

6. [1.5 Puntos] Dada la siguiente malla eléctrica, determinar las intensidades de las diferentes ramas si las intensidades iniciales son nulas.



NOTA Transformadas de Laplace que pueden ser necesarias.

- $\mathcal{L}\{e^{at}cosbt\} = \dfrac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
- $\mathcal{L}\{e^{at}senbt\} = \dfrac{b}{(s-a)^2+b^2}$
- $\mathcal{L}\{t^n\} = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$
- $\mathcal{L}\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}\mathcal{L}(f(t))$
- $\mathcal{L}\{u(t-a)g(t)\} = e^{-as}\mathcal{L}(g(t+a))$