Examen Final de Ampliación de Matemáticas
Segundo Curso de I.T. Informática (Sistemas)
20 de Junio de 2003

PRIMER PARCIAL

1. [2.5 Puntos] Dada la función $F(x,y,z) = xyz + \ sen\ (z-6) - 2(x+y+x^2y^2)$, se pide:
   (a) Estudiar si la ecuación $F(x,y,z) = 0$ define a z como fución implícita $z = f(x,y)$ en un entorno del punto $(x,y,z) = (1,1,6)$.
   (b) Comprobar si el punto $(x,y) = (1,1)$ es un punto crítico para la función $f(x,y)$ y en caso afirmativo estudiar su carácter.

2. [2.5 Puntos] Hallar el volumen comprendido entre las superficies $x^2 + y^2 = 4$, $y^2 + z^2 = 4$.

SEGUNDO PARCIAL

3. [1,5 Puntos **solo 2P**] Un día comenzó a nevar por la mañana y siguió cayendo nieve de forma constante el resto del día. A las 12 horas, una máquina quitanieves comenzó a limpiar una carretera a un ritmo constante en términos de cantidad de nieve retirada en una hora. La máquina limpió 2 Km. hasta las 14 horas y 1 Km. hasta las 16 horas. ¿ A qué hora comenzó a nevar?.(Indicación: como la cantidad de nieve retirada es constante, la velocidad de la máquina es inversamente proporcional al tiempo que ha transcurrido desde que empezó a nevar. Así la ecuación diferencial será $x' = \frac{k}{t-t_0}$ siendo t_0 la hora en la que comenzó a nevar y $x(t)$ el espacio recorrido por la máquina quitanieves.)

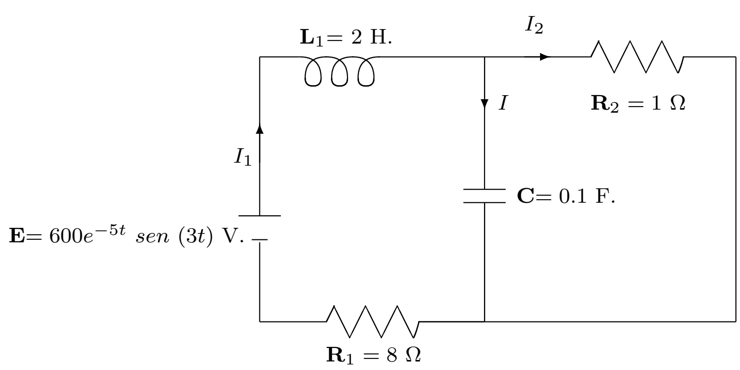
4. [1.5 Puntos **F**, 2 Puntos **2P**] Resolver la siguiente ecuación diferencial

$$(5 + y^3\ sen\ x)dx + (3y^2 \cos x)dy = 0.$$

5. [1.5 Puntos **F**, 2 Puntos **2P**] Desarrollar en serie de senos la función: $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ en el intervalo $0 < x < 2\pi$

6. [2 Puntos **F**, 2 Puntos **2P**] Se conecta en serie un inductor de $4\,H$ con una resistencia de $4\,\Omega$, un condensador de $0'2\,F$ a una fuente de tensión de $5\,e^{(-t/2)}\ sen\ t$ V $\quad t \geq 0$. Si en el instante $t = 0$ tanto la carga como la intensidad de corriente son nulas, hallar la carga y la corriente en cualquier instante $t > 0$.
   Nota: Utilizar para resolverla el método de los coeficientes indeterminados.

7. [2.5 Puntos **solo 2P**] Calcular las intensidades I, I_2 e I_1 en cada instante en el siguiente circuito. Suponer que $q(0) = I_1(0) = I_2(0) = I(0) = 0$.



NOTA Transformadas de Laplace que pueden ser necesarias.

$$\mathcal{L}\{u(t-a)g(t)\} = e^{-as}\mathcal{L}\{g(t+a)\} \quad \mathcal{L}\{e^{at}senbt\} = \frac{b}{(s-a)^2+b^2} \quad \mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$\mathcal{L}\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}\mathcal{L}\{f(t)\} \quad \mathcal{L}\{e^{at}cosbt\} = \frac{s-a}{(s-a)^2+b^2} \quad \mathcal{L}\left\{\int_0^t f(u)du\right\} = \frac{\mathcal{L}\{f(t)\}}{s}$$