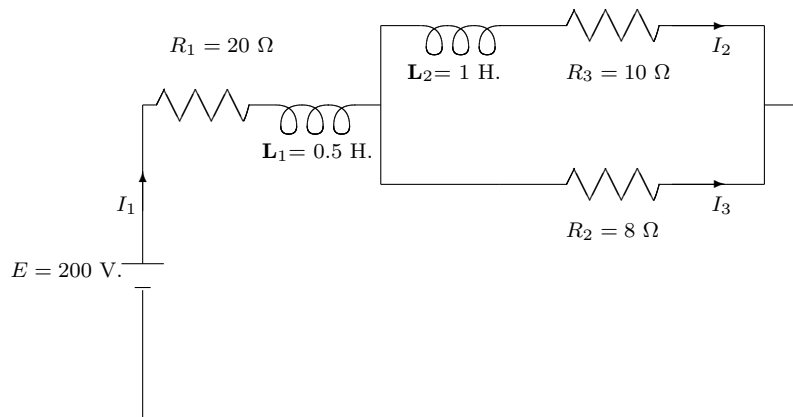


Examen Final de Ampliación de Matemáticas
Segundo Curso de I.T. Informática (Sistemas)
20 de Septiembre de 2002

1. Dada la función $f(x, y) = \begin{cases} -\frac{3xy}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- (a) [1.5 Puntos] Estudiar la continuidad, diferenciabilidad y existencia de derivadas direccionales en el origen de la función $f(x, y)$
- (b) [0.5 Puntos] Hallar el plano tangente a $f(x, y)$ en el punto $P = (1, 2)$
2. [1.5 Puntos] Calcular los máximos y mínimos, absolutos y relativos, de la función $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 4y$ en la región del plano XY acotada por las gráficas de $y = x^2$, $y = 4$.
3. [1.5 Puntos] Cambiando previamente el orden de integración, hallar: $\int_0^{\ln(10)} \int_{e^x}^{10} \frac{1}{\ln(y)} dy dx$
- 4.
- (a) [1 Punto] Desarrollar en serie de Fourier la función: $f(x) = |\text{sen}(x)|$ en el intervalo $-\pi < x < \pi$
- (b) [1 Punto] Resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales $\begin{cases} x' = -13x + 20z \\ y' = -6x + 3y + 8z \\ z' = -10x + 15z \end{cases}$
5. [1.5 Puntos] Encontrar la solución de la ecuación diferencial lineal

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 12e^x + 4 \cos(x)$$

6. [1.5 Puntos] Dada la siguiente malla eléctrica donde las intensidades iniciales son nulas, determinar las intensidades de las diferentes ramas en cualquier instante.



NOTA Transformadas de Laplace que pueden ser necesarias.

- $\mathcal{L}\{e^{at} \cos bt\} = \frac{s - a}{(s - a)^2 + b^2}$
- $\mathcal{L}\{e^{at} \sin bt\} = \frac{b}{(s - a)^2 + b^2}$
- $\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$
- $\mathcal{L}\{u(t - a)f(t - a)\} = e^{-as} \mathcal{L}\{f(t)\}$
- $\mathcal{L}\{u(t - a)g(t)\} = e^{-as} \mathcal{L}\{g(t + a)\}$