Examen Final de Ampliación de Matemáticas
Segundo Curso de I.T. Informática (Sistemas)
19 de Septiembre de 2003

1.

   (a) [1,5 Puntos]Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = \dfrac{3x^2y - 2xy^2}{x^2 + y^4}$ si $(x,y) \neq (0,0)$, $f(0,0) = 0$. Estudiar su continuidad y diferenciabilidad en el origen. Calcular también sus derivadas direccionales.

   (b) [0,75 Puntos]Hallar el plano tangente a la superficie $z^2 + 3z - x^2 - y^2 - 2 = 0$ en el punto $(1,1,1)$.

2. [1,25 Puntos] La función de producción de Cobb-Douglas para un fabricante concreto viene dada por $f(x,y) = 100x^{3/4}y^{1/4}$ donde x representa las unidades de trabajo (a 150 euros por unidad) e y las unidades de capital (a 250 euros por unidad). El coste total de trabajo y capital está limitado a 50000 euros. Calcular el nivel máximo de producción para ese fabricante para el coste total máximo, $(150x + 250y = 50000)$.

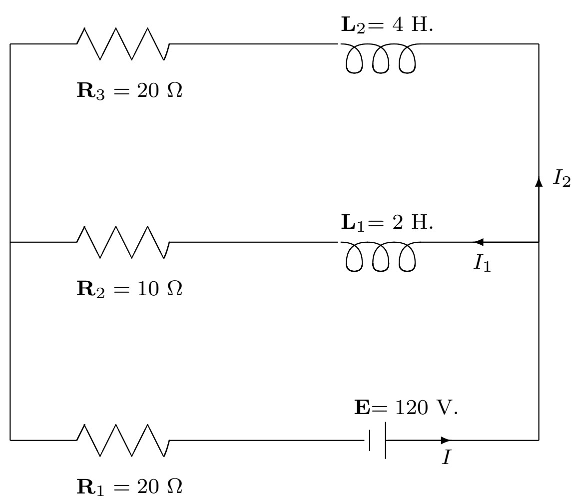
3. [1,5 Puntos] Calcular el volumen de la región W intersección de las esferas

$$W = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \\ x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 1. \end{array} \right\}$$

4. [1,5 Puntos] Resolver la ecuación diferencial $y' + xy = xe^{-x^2}y^{-3}$.

5. [1.5 Puntos] Desarrollar en serie de Fourier la función: $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad -5 < x < 0 \\ 3 & \text{si} \quad 0 < x < 5 \end{cases}$

6. [2 Puntos] Calcular las intensidades I, I_2 e I_1 en cada instante en el siguiente circuito. Suponer que $I_1(0) = I_2(0) = I(0) = 0$.



NOTA Transformadas de Laplace que pueden ser necesarias.

$$\mathcal{L}\{u(t-a)g(t)\} = e^{-as}\mathcal{L}\{g(t+a)\} \qquad \mathcal{L}\{e^{at}senbt\} = \frac{b}{(s-a)^2 + b^2} \qquad \mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$\mathcal{L}\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}\mathcal{L}\{f(t)\} \qquad \mathcal{L}\{e^{at}cosbt\} = \frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2} \qquad \mathcal{L}\left\{\int_0^t f(u)du\right\} = \frac{\mathcal{L}\{f(t)\}}{s}$$