

Profesores:	Juan Manuel Delgado (A), Cristóbal García (B) y Begoña Marchena (C).
Fecha:	15 de diciembre de 2004.
Instrucciones:	Duración: 2 hora y 30 minutos. En cada apartado de cada ejercicio se indica la puntuación máxima que le corresponde. Razone las respuestas.

EJERCICIO 1. (1 punto) Aproximar el valor de $\text{sen}(1)$ utilizando los cuatro primeros términos del desarrollo de Mac Laurin de $\text{sen}(x)$ y obtener el error máximo cometido.

EJERCICIO 2. (1 punto) Calcular la siguiente integral : $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \text{tg}^3 x dx$.

EJERCICIO 3. (1 punto) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos x)}{\text{sen}^3 x}$$

EJERCICIO 4. (1 punto) Se considera la región \mathcal{R} delimitada por las funciones $f(x) = \sqrt{x-1}$ y $g(x) = x-1$. Calcular el volumen de revolución que se origina al hacer girar la región \mathcal{R} en torno al eje OX .

EJERCICIO 5. (1 punto) Estudiar el carácter y la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$.

EJERCICIO 6. Se considera la serie de potencias

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n(n-1)}$$

a)(1 punto) Encontrar el radio de convergencia, r , de la serie.

b)(1 punto) Si $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n(n-1)}$ en $x \in (-r, r)$, determinar una expresión en términos de funciones elementales para $f(x)$. Indicación: obtener previamente $f''(x)$.

EJERCICIO 7. (1 punto) Obtener las soluciones complejas de la ecuación $z^4 + z^2 + 1 = 0$ y, expresarlas en forma polar.

EJERCICIO 8. Dada la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^6} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

a)(1 punto) Calcular el límite de $f(x, y)$ en $(0, 0)$ a través de las rectas que pasan por el origen.

b)(1 punto) Demostrar que no existe el límite doble en $(0, 0)$ calculando el límite direccional a través de las curvas $x = y^p$.