

I.T. Informática de Gestión
Examen de Estadística (2º Parcial)

Apellidos.....NombreDNI

Ejercicio 1. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta+1} e^{-\frac{x}{\theta+1}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

donde $\theta \geq 1$ y sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria simple de X. Se pide:

(a) Calcular el estimador de máxima verosimilitud de θ .

El estimador obtenido en el apartado anterior:

(b) ¿Es suficiente?

(c) ¿Es insesgado?

Ejercicio 2. El diseñador de una página web afirma que dicha página recibe una media de más de 30 visitas diarias. Con objeto de comprobar si esa afirmación es cierta, una empresa interesada en contratar publicidad, decide estudiar el número de visitas a la página en los últimos 50 días.

Si el número diario de visitas a la página se modela mediante una variable aleatoria X que sigue una distribución de Poisson de media λ ,

(a) Plantear un contraste de hipótesis adecuado para estudiar, a partir de la muestra, si hay suficiente evidencia para afirmar que la hipótesis del diseñador es cierta.

(b) Para el contraste anterior, plantear una regla de rechazo de la forma $\bar{X} > k$ tal que la probabilidad de cometer un error de tipo 1, sea 0.05.

(c) Si en los 50 días se han detectado un total de 1772 accesos, ¿qué podemos decir acerca de la afirmación del diseñador?

Indicaciones (para b):

Si X_1, \dots, X_n son variables aleatorias independientes tales que $X_i \sim \mathcal{P}(\lambda)$, entonces $\sum_{i=1}^n X_i \sim \mathcal{P}(n\lambda)$

Aproximar por la distribución normal cuando sea necesario.

Apellidos.....NombreDNI

Cuestión 1: Existen en el mercado dos máquinas que se utilizan para producir un determinado componente eléctrico. La más cara produce una proporción de componentes defectuosos del 10% y la más barata del 30%. Queremos comprobar que la máquina que hemos comprado es del primer tipo. Para ello planteamos el contraste $\{H_0 : p = 0,1; H_1 : p = 0,3\}$, se fabrican 10 componentes y se aplica la regla de decisión: rechazar H_0 si el número de componentes defectuosos es al menos dos. Con esta regla de decisión, la probabilidad de cometer un error de tipo II es:

- (a) 0.1493 (b) 0.1925 (c) 0.2781 (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 2: La resistencia a la ruptura de cierto tipo de cables sigue una distribución Normal con varianza conocida igual a 22500 Lb². ¿Qué tamaño de muestra se debe tomar para poder afirmar, con una confianza del 95% que la resistencia promedio a la ruptura y su estimación, mediante la media muestral, difieren en menos de 301b.

- (a) 90 (b) 97 (c) 112 (d) 46

Justificación:

Apellidos.....Nombre.....DNI

Cuestión 3: Como parte de la evaluación de un sistema de ordenadores el administrador está interesado en predecir el tiempo de respuesta de los terminales a partir del número de usuarios conectados simultáneamente al sistema. Para ello realiza un análisis de regresión lineal simple a partir del siguiente conjunto de datos.

| | | | | | |
|------------------------------|------|------|------|------|------|
| Nº usuarios (x) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Tiempo respuesta en segundos | 0.22 | 0.59 | 1.01 | 1.36 | 1.42 |

La recta de regresión que se obtiene es:

- (a) $y = 0.317x - 0.031$
- (b) $y = -0.031x + 0.317$
- (c) $y = 0.257x - 0.135$
- (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

RESPUESTAS CORRECTAS

I.T. Informática de Gestión
Examen de Estadística (2º Parcial)

Cuestión 4: Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

donde $\theta > 0$, y sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria simple de X, con $n > 4$.

Consideremos el estimador insesgado de θ definido como $T(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{X_1 + X_n}{2}$.

De T podemos decir que:

- (a) Es un estimador eficiente para θ
- (b) No es un estimador eficiente para θ
- (c) No tiene sentido plantear la eficiencia para esa variable aleatoria.
- (d) Es el estimador más eficiente solo para algunos valores de θ .

Justificación:

| | |
|------------|---|
| Cuestión 1 | A |
| Cuestión 2 | B |
| Cuestión 3 | A |
| Cuestión 4 | B |