

Examen de Estadística
I.T.Informática de Sistemas

1. (a) (0.5 pts) Enunciar y demostrar el teorema de Bayes.

(b) (1 pt) Dos máquinas M1 y M2 producen piezas del mismo tipo en proporción 3 a 2, que se depositan en un mismo contenedor. La proporción de piezas defectuosas producidas por M1 es 0.04, y la de M2 es 0.01. Se toman dos piezas del contenedor y resultan ser ambas aceptables. ¿Cuál es la probabilidad de que procedan las dos de la máquina M2?

2. Sea X una v.a. que mide la longitud de una cierta pieza producida por un determinado aparato y que tiene por función de densidad:

$$f(x) = k(x - 1)(3 - x) \quad 1 < x < 3$$

(a) (0.5 pts) Calcular, razonadamente k para que $f(x)$ sea, efectivamente una función de densidad. Supuesto que

$$k = 3/4:$$

(b) (0.75 pts) Una pieza sólo es válida si su longitud varía entre 1.7 y 2.4. ¿Cuál es la probabilidad de que esto ocurra?

(c) (0.75 pts) Las piezas se empaquetan en lotes de 5 unidades, y se acepta el lote si contiene menos de 2 piezas defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que un determinado lote sea rechazado?

3. Sea X_1, X_2, \dots, X_n , una muestra aleatoria de n observaciones de una variable aleatoria X con función de densidad $f(x)$:

$$f(x) = \frac{2x}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad \text{si } x > 0$$

(a) (1.25 pts) Obtener el estimador de máxima verosimilitud de θ : $\hat{\theta}$.

(b) (0.75 pts) ¿Es el estimador $\hat{\theta}$ suficiente para θ ?

4. El departamento de control de calidad de una empresa dedicada al montaje de PC's afirma que el tiempo medio de vida de sus electroventiladores es de 3 años, mientras que una empresa competidora dice que es de 2 años. Los archivos que guarda dicho departamento ofrecen los resultados que se observaron sobre una muestra de 45 electroventiladores para la que se obtuvo:

$$\bar{X} = 2.83 \quad S = 0.596$$

(a) (0.75 pts) ¿Se puede decir que la competencia tiene razón? Tómese un nivel de significación $\alpha = 0.05$

(b) (0.5 pts) Calcular la probabilidad del error de tipo II asociado a este problema. Indicación: Recuérdese que si $T \sim t_n$, y $n \geq 30$, se puede considerar que $T \sim N(0, 1)$.

5. Los siguientes datos son los precios de venta Y de cierto componente de un ordenador usado X años.

Años	1	2	2	3	5	5
Precio	6350	5695	5750	5395	4985	4985

(a) (1 pt) Ajustar los datos a una curva de la forma $y = kb^x$. ¿Cuál será el precio estimado de una componente de 4 años de antigüedad?

(b) (0.75 pts) Calcular el coeficiente de variación asociado e interpretarlo.