

I.T. Informática de Gestión
Examen de Estadística (Convocatoria de junio)

Apellidos Nombre DNI Contenido

Ejercicio 1. No disponible

Ejercicio 2.

El número de convocatorias que un alumno de Informática necesita para aprobar la Estadística se distribuye según un modelo $U(\{1, 2\})$ si ha estudiado Cálculo, pero si no estudia Cálculo, el número de convocatorias que necesita se distribuye atendiendo a la función de probabilidad dada por

$$P[X = k] = \binom{5}{k-1} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{k-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{6-k} \quad \text{para } k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Se pide:

- (a) Número esperado de convocatorias que usará un alumno, que se sabe el Cálculo, para aprobar Estadística. Idem para un alumno que no domina Cálculo.
- (b) Si un alumno no ha estudiado Cálculo, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe Estadística antes de llegar a la tercera convocatoria?
- (c) Sabemos que sólo uno de cada 5 alumnos estudia Cálculo. Entonces, si un alumno ha aprobado en primera convocatoria, ¿cuál es la probabilidad de que haya estudiado Cálculo?

Ejercicio 3. La función de densidad de una variable aleatoria X viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} (1 - \alpha)x^{-\alpha} & \text{si } x \in (0, 1) \\ 0 & \text{si } x \notin (0, 1) \end{cases}$$

donde $\alpha < 1$

- (a) Determinar el estimador de máxima verosimilitud de α .
- (b) Demostrar que el estadístico $T(X_1, \dots, X_n) = 1 + \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}$ es suficiente para α .

Indicación: Si $t = \sum_{i=1}^n \ln X_i = \ln \prod_{i=1}^n X_i$

Ejercicio 4. En un programa de capacitación industrial, algunos aprendices son instruidos con el método A, el cual consiste en instrucción mecanizada, y algunos son capacitados con el método que entraña también la atención personal de un instructor. Se toman dos muestras aleatorias de aprendices capacitados por cada uno de los métodos, y se les somete a un test de aprovechamiento, obteniéndose las siguientes calificaciones:

Método A: 71, 75, 65, 69, 73, 66, 68, 71, 74, 68.

Método B: 72, 77, 84, 78, 69, 70, 77, 73, 65, 75.

Supuesto que las poblaciones muestreadas siguen distribuciones normales,

- (a) Realizar un contraste para estudiar la igualdad de varianzas de ambas poblaciones. ($\alpha = 0.05$)
- (b) ¿Se puede afirmar, con un nivel de significación del 5%, que el método B es más eficaz?
- (c) Obtener un intervalo de confianza al 95% para la diferencia entre las calificaciones medias de los aprendices de ambos métodos.

Apellidos..... Nombre DNI Contenido

Cuestión 1: En una fiesta hay 400 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos cumplan años el mismo día

- (a) $1 - (1/365^4)$
- (b) $365/400$
- (c) 1
- (d) $365/400 \cdot 364/399$

Justificación:

Cuestión 2: Consideremos una variable aleatoria con función de distribución.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ \frac{1}{4}(-x^3 + 3x + 2) & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

La esperanza de dicha variable es:

- (a) 0
- (b) 1/4
- (c) 3/20
- (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 3: Una compañía de telefonía móvil afirma que dispone de una cobertura del 97% del territorio español. Si realizamos una llamada a cada uno de 100 móviles de dicha compañía elegidos al azar, la probabilidad de que haya al menos 5 fuera de cobertura es:

- (a) 0.8790
- (b) 0.1210
- (c) 0.2776
- (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 4: El tiempo entre cuelgues de cierto sistema operativo de uso generalizado sigue una distribución exponencial. Si la probabilidad de que funcione más de 11 horas sin fallar es 0.33, entonces el tiempo medio de funcionamiento sin fallos es:

- (a) 9.9219
- (b) 8.6745
- (c) 10.3487
- (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 5: El tiempo de acceso a cierta página web observado en 10 ocasiones ha sido:

6, 11, 15, 9, 8, 4, 10, 8, 7, 12

A partir de esta muestra se ha construido un intervalo de confianza para la varianza del tiempo de acceso a la página, obteniendo el intervalo (5.3195, 27.0668). El nivel de confianza utilizado es:

- (a) 99% (b) 95% (c) 90% (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 6: Se someten 5 muestras de un cierto material a diferentes presiones anotando la capacidad de compresión observada, obteniendo:

Presión	Compresión
1	1
2	1
3	2
4	2
5	4

Del estudio de un modelo de regresión simple, puede deducirse que:

- (a) La recta de regresión resultante es $y = 0.7 - 0.1x$
 (b) Al resolver el contraste $\{H_0 : \beta_1 = 0; H_1 : \beta_1 \neq 0\}$, con $\alpha = 0.05$, no se rechaza H_0 .
 (c) El intervalo de confianza al 95% para β_1 es (0.09, 1.31)
 (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 7: Sean $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ dos estimadores independientes e insesgados de un parámetro θ , con varianzas σ_1^2 y σ_2^2 , respectivamente. Dado, $\hat{\theta}_3 = \alpha\hat{\theta}_1 + (1 - \alpha)\hat{\theta}_2$, entonces $\hat{\theta}_3$ tiene varianza mínima cuando:

- (a) $\alpha = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2}$ (b) $\alpha = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}$ (c) $\alpha = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_2^2}$ (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 8: Supóngase que se observa un solo valor de una variable aleatoria X que se distribuye uniformemente en el intervalo (0, θ). Se desea resolver el contraste de hipótesis: $\{H_0 : \theta = 20; H_1 : \theta = 15\}$, planteando una regla de rechazo de la forma $X < k$. Si se quiere que la probabilidad de cometer un error de tipo I sea 0.1, entonces k debe ser:

- (a) 3 (b) 2 (c) 2.5 (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

RESPUESTAS CORRECTAS

I.T. Informática de Gestión
 Examen de Estadística (Convocatoria de Junio)

Cuestión 1	C
Cuestión 2	A
Cuestión 3	D 0,1892
Cuestión 4	A
Cuestión 5	C
Cuestión 6	D Comprobando los tres puntos observamos que no se cumple ninguno de ellos dado que : $y = -0,1 + 0,7x$ Se rechaza H_0 con $F = 35,6363$ (mediante el análisis de varianza) I.C. para = (0'5833, 0'8166)
Cuestión 7	B
Cuestión 8	B