

I.T. Informática de Gestión
Examen de Estadística (2º Parcial)

Apellidos..... Nombre DNI.....

Ejercicio 1. (3 puntos) Los beneficios de una empresa dedicada a la venta de software durante los últimos 10 años se recogen en la tabla siguiente:

Año	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001.
Beneficio (x 10000 €.)	2	2	3	3	3	4	4	5	6	7

- (a) Ajustar a los datos un modelo del tipo $y = \beta_0 + \beta_1 x + \xi$
- (b) ¿existe evidencia significativa para afirmar que la pendiente del modelo es. positiva? (Usar $\alpha = 0.05$).
- (c) Estimar, mediante un intervalo de confianza al 90%, el beneficio esperado en el año 2002.

Ejercicio 2. (2.5 puntos) Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria simple procedente de una variable aleatoria que sigue una distribución $Be(p)$. Se consideran los estadísticos

$$T_1 = \bar{X} \quad \text{y} \quad T_2 = \frac{X_1 + \dots + X_{n-1}}{n}$$

- (a) ¿Son T_1 y T_2 estimadores insesgados del parámetro p ?
 - (b) Calcular las varianzas de T_1 y de T_2 .
 - (c) Calcular el error cuadrático medio para T_1 y para T_2 . Estudiar qué estimador es el más eficiente según los posibles valores p .
 - (d) Demostrar que T_1 y T_2 son estimadores consistentes para el parámetro p .
- Indicación: Si T es un estimador de un parámetro θ se calcula el error cuadrático medio de T como $ECM(T) = Var(T) + (E[T] - \theta)^2$.

Ejercicio 3. (1.5 puntos) Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria simple procedente de una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} 3\alpha x^2 e^{-\alpha x^3} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

donde $\alpha > 0$ es un parámetro desconocido.

- (a) Determinar el estimador de máxima verosimilitud de α .
- (b) ¿Es suficiente dicho estimador?

Apellidos Nombre DNI.....

Cuestión 1. (1 punto) La cantidad de dinero que se gastan las familias españolas en electricidad se distribuye normalmente con una desviación típica de 130 €. Si se desea construir un intervalo de confianza al 95% para el gasto medio que tenga longitud inferior a 20 €. ¿cuántas familias deben ser encuestadas como mínimo?

- (a) 250 (b) 650
- (c) 450 (d) Ninguna de las anteriores.

Justificación:

Cuestión 2. (1 punto) De una distribución $N(0, \sigma^2)$ se obtiene una muestra de tamaño 10. Para realizar el contraste $\{H_0: \sigma^2 = 4; H_1: \sigma^2 < 4\}$ se utiliza una regla de decisión del tipo:

$$\text{Rechazar } H_0 \text{ si } \sum_{i=1}^{10} X_i^2 < k$$

Si se desea que la probabilidad de cometer un error de tipo I sea 0.05, debe ser:

- (a) $k = 15.7612$ (b) $k = 8.6232$
- (c) $k = 13.3004$ (d) Ninguna de las anteriores.

Indicación: Si Z_1, \dots, Z_n son variables aleatorias independientes que siguen una distribución $N(0,1)$ entonces $\sum_{i=1}^n Z_i^2 \sim \chi_n^2$

Justificación:

Cuestión 3. (1 punto) Dada la muestra bidimensional $(-1, 1.2), (0, 0.9), (0, 1.1), (1, 2.9)$ se desea ajustar un modelo del tipo $y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \xi$. El resultado es:

- (a) $y = 1 + 1.05x + 0.85x^2$ (b) $y = 1 + 0.85x - 1.05x^2$
- (c) $y = 1 + 0.85x + 1.05x^2$ (d) Ninguna de las anteriores.

Justificación:

RESPUESTAS CORRECTAS

I.T. Informática de Gestión
Examen de Estadística (2º Parcial)

Cuestión 1	B
Cuestión 2	A
Cuestión 3	C