

I.T. Informática de Gestión
Examen de Estadística (Convocatoria de septiembre)

Apellidos Nombre DNI Contenido

Ejercicio 1. Una persona sale de su casa con la siguiente intención: piensa ir a la administración de loterías de la plaza (que está a dos horas de camino) para echar una primitiva, pero si en el camino encuentra un cuponero, comprará un cupón y volverá a su casa. Si el tiempo (en horas) que se tarda en encontrar a un cuponero sigue una distribución Exp(1), ¿cuál es la probabilidad de que consiga premio?

* Considerar sólo el premio superior del cupón (acertar los cinco números) y el de la primitiva (acertar los seis números sin considerar el complementario ni premios inferiores).

Ejercicio 2. Un circuito está formado por tres componentes C_1 , C_2 y C_3 conectados en serie. El sistema falla cuando lo hace cualquiera de los componentes. Los componentes C_1 y C_2 tienen tiempos de vida útil T_1 y T_2 que se distribuyen según una distribución exponencial de media 2800 horas. La distribución de probabilidad de la duración de la componente C_3 es una variable aleatoria T_3 con distribución $N(3000, 200^2)$. Teniendo en cuenta que los tiempos de vida de los tres componentes son variables aleatorias independientes.

- (a) Calcular la probabilidad de que el circuito dure más de 3500 horas.
- (b) Si se dispone de 10 circuitos como el anterior, ¿cuál es la probabilidad de que a lo más tres de ellos duren menos de 2500 horas?

Ejercicio 3. Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria simple procedente de una variable aleatoria cuya función de densidad viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} \cdot x \cdot e^{-\frac{x}{\theta}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

donde $\theta > 0$. Se pide:

- (a) Obtener el estimador de máxima verosimilitud de θ .
- (h) Sea $T = \frac{\sum X_i}{2}$. ¿Es T un estimador suficiente para θ ?
- (c) ¿Es T un estimador insesgado de θ ?

Ejercicio 4. Como parte de un estudio de calidad del servicio, se recogen los tiempos de acceso (en décimas de segundo) a dos servidores ftp, obteniendo los siguientes resultados :

Servidor A: 71,75,65,69,73,66,68,71,74.

Servidor B: 72,77,84,78,69,70,77,73,65,75,72.

Supuesto que los tiempos de acceso siguen distribuciones normales :

- (a) Realizar un contraste para estudiar la igualdad de los tiempos medios de acceso a ambos servidores. ($\alpha = 0.05$)
- (b) ¿Se puede afirmar, con un nivel de significación del 5%, que el tiempo medio de acceso al servidor A es, al menos, 3 décimas de segundo mayor que el tiempo medio de acceso a B?
- (c) Obtener un intervalo de confianza 95% para la diferencia entre los tiempos medio de acceso.

1º parcial: problemas 1 y 2; cuestiones 1, 2, 3 y 1.

2º parcial: problemas 3 y 4; cuestiones 5, 6, 7 y 8.

Asignatura completa: problemas 2 y 3; cuestiones 2, 3, 5 y 7.

La Rábida 26-9-2001.

Apellidos Nombre DNI Contenido

Cuestión 1: Dados dos sucesos A y B, ¿cuál de las siguientes expresiones es falsa?

- (a) $P(A) - P(B) = P(A \setminus B)$,
- (b) Si $B \subseteq A$? $P(A) - P(B) = P(A \setminus B)$.
- (c) A y B incompatibles ? $P(A) - P(B) = P(A \setminus B)$.
- (d) A y B incompatibles ? $P(A \setminus B) = P(A \cap \bar{B}) \quad \forall A, B$

Justificación:

Cuestión 2: El estudio de una determinada variable estadística continua ha arrojado la siguiente distribución de frecuencias:

Intervalos	[0, 20)	[20, 40)	[40, 60)	[60, 100)	[100, 200]
Frecuencias (n_i)	7	14	36	20	3

¿Qué porcentaje de valores son mayores que 87?

- (a) 11.875%
- (b) 8.745%
- (c) 14.653%
- (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 3: Sean X_1, X_2, X_3 tres variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas, de forma que cada X_i puede tomar los valores 0 y 1 con probabilidad p y (1 - p) respectivamente. Sea Y la variable aleatoria $Y = 2X_1 - X_2 - X_3$. Entonces $E[Y^2]$ es:

- (a) 0
- (b) $p^2(1-p)^2$
- (c) $6p(1-p)$
- (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 4: En una tienda de pinturas tienen la siguiente oferta 3 x 2: comprando dos latas iguales nos regalan una tercera de otro color distinto. Cuántos colores podemos componer si disponen de 11 colores?

- (a) 55
- (b) 110
- (c) 11
- (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

ApellidosNombreDNIContenido

Cuestión 5: Un a variable aleatoria discreta toma los valores 0, 1, 2, 3, 4 con probabilidades $\frac{\alpha}{10}, \frac{2\alpha}{10}, \frac{3\alpha}{10}, \frac{4\alpha}{10}$, respectivamente ($0 < \alpha < 1$). Se ha tomado una muestra de tamaño 3, resultando los valores 1, 3 y 4. A partir de esta muestra, la estimación que se obtiene de α utilizando el método de los momentos es:

- (a) $\hat{\alpha}_M = \frac{1}{3}$ (b) $\hat{\alpha}_M = \frac{2}{3}$ (c) $\hat{\alpha}_M = \frac{3}{4}$ (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

Cuestión 6: El número de piezas que fabrican dos máquinas A y B se puede aproximar por una distribución $N(\mu_A, \sigma^2)$ y $N(\mu_B, \sigma^2)$, (independientes), respectivamente. Durante 5 días se estudia la producción diaria de las máquinas, obteniendo de los datos muestrales $\bar{X}_A = 49.6$, $S_{cA}^2 = 8.38$ y $\bar{X}_B = 54.4$, $S_{cB}^2 = 9.61$. Determinar cuál debe ser el tamaño muestral n de ambas muestras para que la longitud del intervalo de confianza para $\mu_A - \mu_B$, con $\alpha = 0.05$, sea inferior a 8 unidades, (Considerar para las nuevas muestras, las varianzas muestrales ya obtenidas en las muestras de tamaño 5 y aproximar la distribución T-Student por la distribución Normal).

- (a) 7 (b) 9 (c) 11 (d) Ninguna de las anteriores.

Justificación:

Cuestión 7: Sea X una variable aleatoria que sigue una función de distribución Exponencial de parámetro A. Se desea realizar el contraste

$$\begin{cases} H_0 : \lambda = 2 \\ H_1 : \lambda < 1 \text{ ó } \lambda > 3 \end{cases}$$

Para ello se recoge una única observación de la variable y se aplica la regla de decisión Rechazo H_0 , si $\frac{1}{x} < 0.5$ o bien $\frac{1}{x} > 25$. La probabilidad de cometer un Error de Tipo I es:

- (a) 0.06 (b) 0.1 (c) 0.03 (d) Ninguna de las anteriores.

Justificación:

Cuestión 8 : Si ajustamos, mediante el método de mínimos cuadrados, una curva del tipo $y = ax^b$ al conjunto de datos

X	1	2	3	4
Y	1.8	5.9	10.9	15.4

resulta:

- (a) $3.21x^{-0.23}$ (b) $1.57x^{1.87}$ (c) $0.63x^{1.42}$ (d) Ninguna de las anteriores

Justificación:

RESPUESTAS CORRECTAS

I.T. Informática de Gestión
Examen de Estadística (Convocatoria de Septiembre)

Cuestión 1	
Cuestión 2	A
Cuestión 3	D $E[X^2] = 2p(1-p)$
Cuestión 4	B
Cuestión 5	B
Cuestión 6	D Se supone que las varianzas son iguales y obtendremos la longitud del intervalo de diferencia de medias con varianzas iguales. Aproximamos a la distribución TStudent a la normal que nos dará Z0,975 con Zo=1,96. Sustituimos todos los valores en la expresión de la longitud del intervalo y exigimos que sea inferior a 8 unidades. Finalmente hallamos el valor de n que será $n > 4,319$ y por tanto : $n = 5$.
Cuestión 7	D $e^{-4} + e^{-2/25}$
Cuestión 8	D $y = 1,8719 x^{1,5664}$